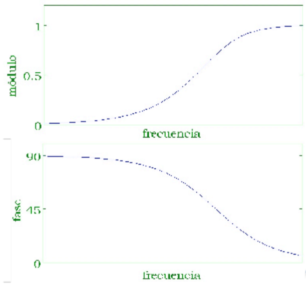
Tema VIII: Introducción a los filtros

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

En este tema se hará una referencia introductoria a los filtros. Un filtro es una agrupación de elementos activos y/o pasivos cuya presencia en un circuito modifica la respuesta en frecuencia del circuito.

A todo lo largo del tema se supondrá que la excitación variable con el tiempo es del tipo sinusoidal permanente. A raíz de todo lo que se expuso con anterioridad puede comprenderse que cualquier excitación o bien pertenece directamente a dicho tipo, o bien puede hacerse equivalente a una combinación de señales sinusoidales utilizando las series o la transformación de Fourier. En consecuencia, puede decirse que, en lo que atañe a este aspecto, el tema es absolutamente general.

Conceptos básicos



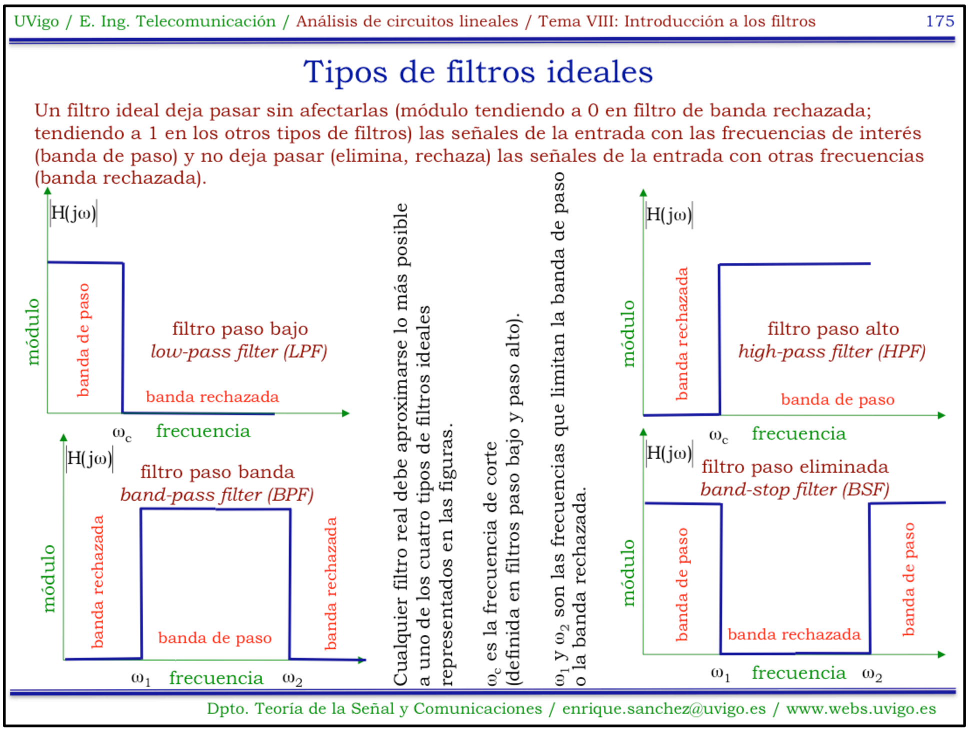
- En cualquier circuito eléctrico o electrónico las características de la señal de salida varían con la frecuencia de la señal de entrada; es decir, el circuito ejerce una función de filtrado sobre la entrada.
- Algunas frecuencias de la señal de entrada *pasan* por el filtro casi sin ser afectadas. Otras sufren cambios muy acusados.

Consideraremos filtros que se ajustan al esquema general adjunto

- Pueden ser tratados como cuadripolos.
- Son pasivos (están formados exclusivamente por elementos pasivos).
- Se tratan matemáticamente mediante la función de transferencia.
- No se pretende influir sobre la variación de la fase en el cuadripolo.

$$H(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_o(j\omega)}{\mathbf{V}_i(j\omega)} = \left\{\frac{V_o(s)}{V_i(s)}\right\}_{s=j\omega} = |H(j\omega)|_{\angle\varphi(\omega)}$$

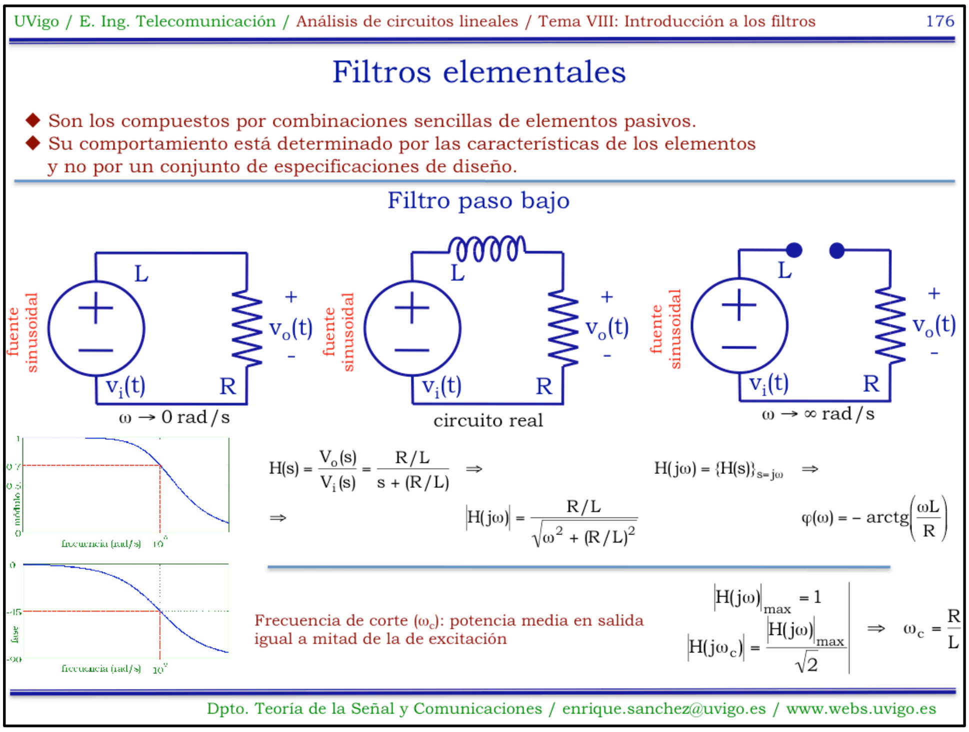
Pese a las restricciones impuestas al estudio, los contenidos de este tema son lo suficientemente generales como para poder ser tenidos en cuenta cuando se consideran filtros más complejos que los tratados aquí.



No deben confundirse los conceptos *tipo de filtro* y *respuesta de un filtro* (al segundo nos referiremos más adelante). Un filtro de un tipo dado puede ser diseñado para que presente una respuesta u otra.

Las figuras de la diapositiva hacen referencia al módulo de la función de transferencia.

Los tipos de filtros considerados en la diapositiva se denominan *ideales* porque las transiciones entre bandas de paso y bandas rechazadas son bruscas. En la realidad no existen filtros ideales, si bien es posible diseñar filtros en los que las transiciones aludidas sean muy aproximadamente bruscas.



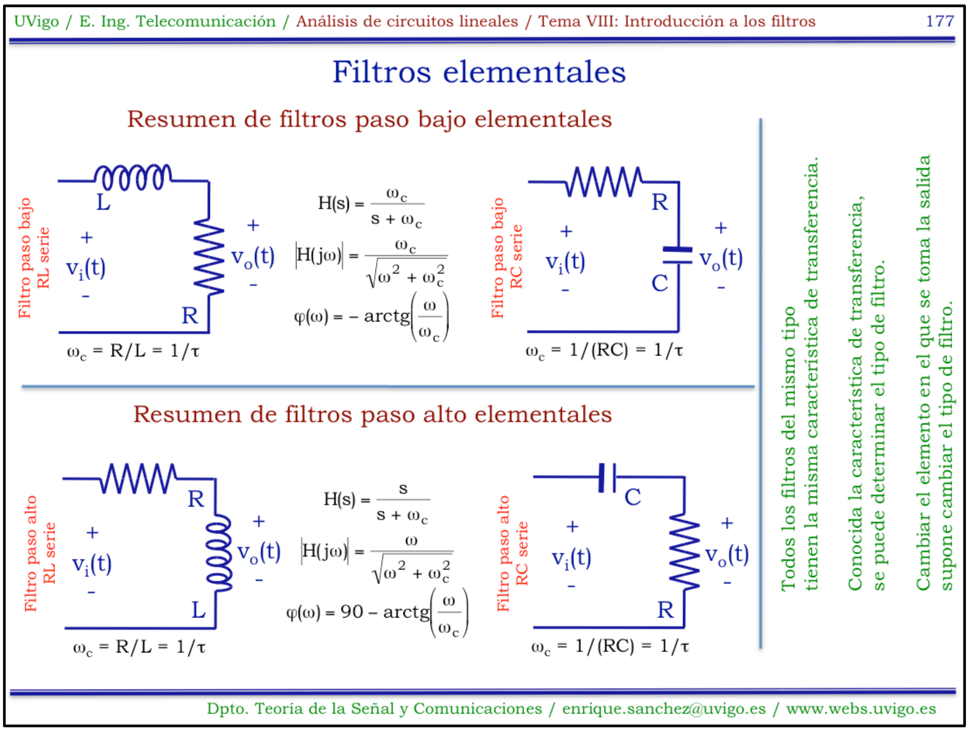
El filtro paso bajo más sencillo está constituido por una agrupación en serie de una resistencia y una inductancia, obteniéndose la salida en la primera, tal y como se representa en la figura central. Las figuras laterales sirven para dar una idea cualitativa del comportamiento del filtro para frecuencias muy bajas y muy altas; obsérvese que tal comportamiento es el que en principio se espera de un filtro paso bajo (permite el paso de señales con frecuencias bajas y dificulta el paso de señales con frecuencias elevadas).

Las gráficas representan las variaciones con la frecuencia del módulo y la fase de la función de transferencia del circuito. Esta función se obtiene mediante un análisis de Laplace particularizado para s=jω.

La transición entre las bandas de paso y eliminada ocurre (se considera así por convenio) para la frecuencia de corte, definida como se indica en la diapositiva. El valor de 0.7 que aparece en la gráfica superior es precisamente el de √2.

Si la condición para determinar la frecuencia de corte se formulara en términos de decibelios (dB), se expresaría diciendo que es la frecuencia para la que se tiene un valor del módulo inferior en 3 dB al del máximo.

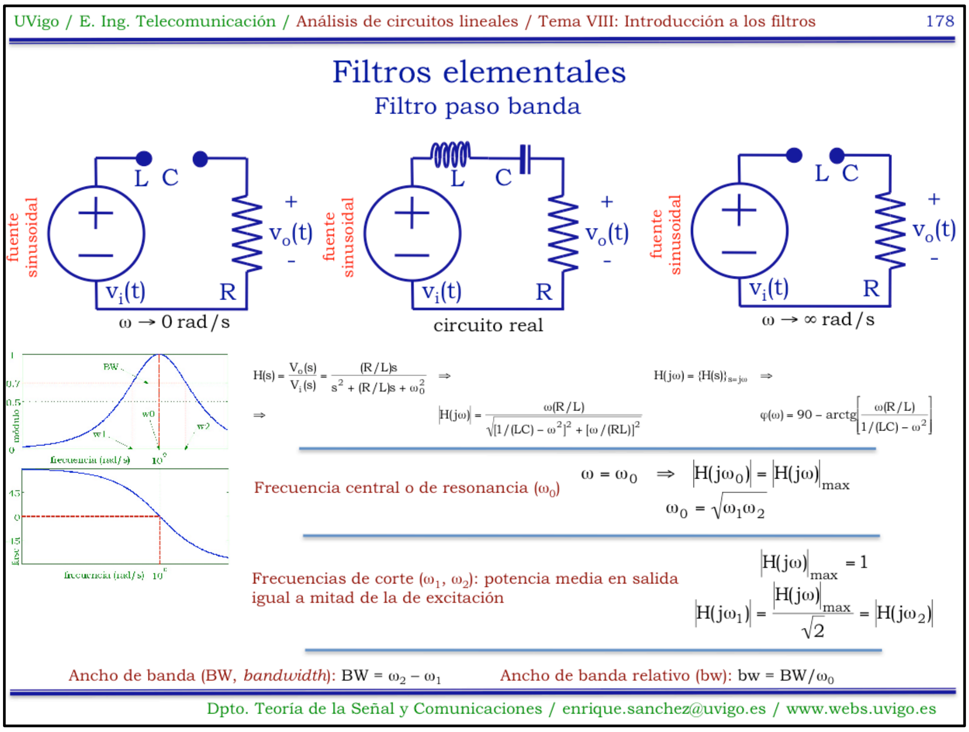
$$\underbrace{20\log\left(|H(j\omega_c)|\right)}_{|H(j\omega_c)|\text{ en dB}} = \underbrace{20\log\left(|H(j\omega)|_{max}\right)}_{|H(j\omega)|_{max}\text{ en dB}} - \underbrace{20 \times 1/2\log(2)}_{3\quad\text{dB}}$$



Un análisis similar al efectuado en la diapositiva anterior permite elaborar los contenidos de la presente diapositiva.

Además de las conclusiones indicadas explícitamente en la diapositiva, obsérvese que la frecuencia de corte es idéntica en circuitos constituidos por los mismos elementos, con independencia del elemento en el que se tome la salida (que condiciona el tipo de filtro).

Por analogía con lo expuesto al tratar del régimen transitorio podemos definir una constante de tiempo (τ) para cada circuito. En todos los casos la constante de tiempo es igual al inverso de la frecuencia de corte.



Siguiendo con la misma filosofía que en diapositivas anteriores, una de los circuitos más sencillos que actúa como filtro paso banda es el constituido por una agrupación en serie de una resistencia, una inductancia y una capacidad, tomándose la salida en la primera. En cualquier filtro paso banda ha de haber al menos dos elementos reactivos de diferente naturaleza. Esto hace que la función de transferencia tenga un denominador de orden 2 o superior (si hay más de dos elementos).

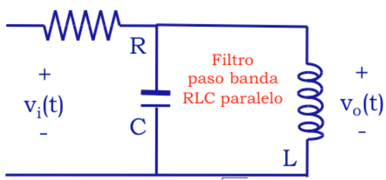
Teniendo en cuenta la discusión planteada al tratar el régimen sinusoidal permanente, obsérvese que ahora se aplica otro criterio para definir la frecuencia de resonancia. Recuérdese que ambos criterios coinciden sólo en el caso de un circuito RLC serie ideal.

Las frecuencias que limitan la banda de paso son aquéllas para las que el módulo de la función de transferencia ha caído 3 dB con relación a su valor máximo.

Lo importante de un filtro paso banda es la especificación de la frecuencia de resonancia y el ancho de banda.

Filtros elementales

Resumen de filtros paso banda elementales



$\tau = \dfrac{L}{R} \qquad bw = \sqrt{\dfrac{RC}{\tau}}$ $\qquad\qquad$ $\tau = RC \qquad bw = \sqrt{\dfrac{L}{R\tau}}$

$$H(s) = \frac{s/\tau}{s^2 + s/\tau + \omega_0^2} \Rightarrow \begin{cases} \left|H(j\omega)\right| = \dfrac{\omega/\tau}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\tau)^2}} \\ \varphi(\omega) = 90 - \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\omega/\tau}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \end{cases}$$

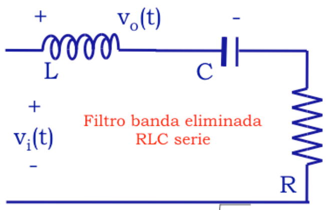
$$\omega_{1,2} = \mp\frac{1}{2\tau} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 + \omega_0^2} \Rightarrow BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{\tau}$$

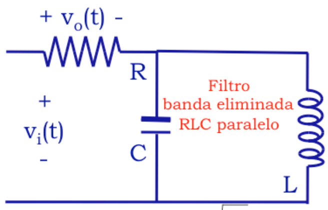
$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Son muchos los circuitos que exhiben un comportamiento típico de un filtro paso banda. La diapositiva muestra dos de los más sencillos. Obsérvese que pueden extraerse conclusiones similares a las deducidas en los casos de filtro paso bajo y filtro paso alto.

Filtros elementales

Resumen de filtros banda eliminada elementales





$\tau = \frac{L}{R} \qquad bw = \sqrt{\frac{RC}{\tau}}$

$\tau = RC \qquad bw = \sqrt{\frac{L}{R\tau}}$

$$H(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s/\tau + \omega_0^2} \Rightarrow \begin{cases} |H(j\omega)| = \dfrac{|\omega_0^2 - \omega^2|}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/\tau)^2}} \\ \varphi(\omega) = -\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\omega/\tau}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \end{cases}$$

$$\omega_{1,2} = \mp \frac{1}{2\tau} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 + \omega_0^2} \Rightarrow BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{1}{\tau}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

La diapositiva se refiere a filtros de banda eliminada. Obsérvese que pueden utilizarse las mismas configuraciones de circuitos que en el caso de filtros paso banda, sólo que tomando la salida en elementos (o combinaciones de elementos) distintos. Al igual que en el caso de los filtros paso banda, el denominador de la función de transferencia es de orden 2 (si sólo hay dos elementos reactivos).

Ejercicios de autoevaluación

1	¿Es posible que la función de transferencia de un filtro sea $H(\omega) = 4/(s + 2)$? ¿De qué tipo es el filtro?	Sería un LPF si existiera
2	¿Cuál es la función de transferencia de un filtro paso alto en el que la resistencia vale 1 Ω y la capacidad vale 1 F?	$H(s) = s/(s + 1)$
3	En un filtro paso banda la constante de tiempo y la frecuencia central valen, respectivamente, 1/6 s y 4 rad/s. ¿Cuánto vale el ancho de banda relativo?	bw = 150 %
4	Un filtro paso alto y un filtro paso bajo están constituidos por los mismos elementos (una resistencia y un elemento reactivo). ¿Qué diferencia hay entre las fases de las funciones de transferencia de uno y otro para ω = 10 Mrad/s?	La del paso alto es 90º mayor

1. En principio sería un filtro paso bajo, ya que la función del denominador es de primer orden y el numerador es una constante. Pero no es posible tal filtro, porque el numerador no es igual al término independiente del denominador, que es lo que ocurre en un filtro paso bajo.

2. La función de transferencia de un filtro paso alto tiene un numerador igual a *s* y un denominador del tipo $s+\omega_c$. τ = RC = 1 s, $\omega_c = 1/\tau$ = 1 rad/s.

3. Utilizando las expresiones contenidas en la diapositiva correspondiente se tiene $\omega_{1,2}$ = 2 rad/s, 8 rad/s; BW = 8 – 2 = 6 rad/s; bw = BW/ω_0 = 1.5 = 150 %.

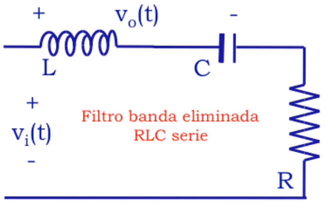
4. Si están constituidos por los mismos elementos, las constantes de tiempo también son iguales. En consecuencia, también lo son las frecuencias de corte. En esas condiciones, para una frecuencia cualquiera ω se tiene

$$\text{paso bajo}: \varphi_l = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

$$\text{paso alto}: \varphi_h = 90 - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

$$\varphi_h - \varphi_l = 90^\circ \text{ para cualquier } \omega$$

Filtros elementales (ejemplo)



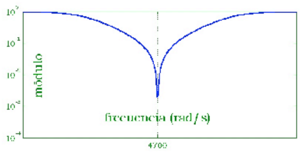
Se desea diseñar un filtro de banda rechazada con la estructura indicada en la figura y las siguientes características:

$\omega_0 = 2\pi \times 750\ \text{Hz} \quad BW = 2\pi \times 250\ \text{Hz} \quad C = 100\ \text{nF}$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = 0.45\ \text{H}$$

$$BW = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L} \Rightarrow R = L \times BW = 707\ \Omega$$

$$\omega_{1,2} = \mp \frac{1}{2\tau} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\tau}\right)^2 + \omega_0^2} = \mp \frac{BW}{2} + \sqrt{\left(\frac{BW}{2}\right)^2 + \omega_0^2} = 4\ \text{krad/s},\ 5.56\ \text{krad/s}$$



Filtros elementales (ejemplo)

¿De qué tipo es el filtro cuya característica de transferencia se indica a continuación?

$$H(s) = \frac{10s}{s^2 + 10s + 25}$$

$$H(s) = \frac{10s}{s^2 + 10s + 25} \Rightarrow |H(j\omega)| = \left|\{H(s)\}_{s=j\omega}\right| = \frac{10\omega}{\sqrt{(25-\omega^2)^2 + (10\omega)^2}} = \frac{10\omega}{25+\omega^2}$$

$$\omega \to 0 \text{ rad/s} \Rightarrow |H(j\omega)| \to 0$$

$$\omega \text{ intermedia} \Rightarrow |H(j\omega)| \neq 0$$

$$\omega \to \infty \text{ rad/s} \Rightarrow |H(j\omega)| \to 0$$

Este tipo de variación del módulo de la función de transferencia con la frecuencia es el de un filtro paso banda.

Relación entre los regímenes transitorio y sinusoidal permanente

Régimen transitorio				Régimen sinusoidal permanente
coeficiente de amortiguamiento (frecuencia de Neper) $\alpha = \frac{R}{2L}$	$\Rightarrow$	$BW = 2\alpha$	$\Leftarrow$	$BW = \frac{R}{L}$
frecuencia angular de resonancia $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$		$bw = \frac{2\alpha}{\omega_0}$		$bw = \frac{BW}{\omega_0}$

El comportamiento en transitorio determina el comportamiento en sinusoidal y viceversa.

$$\omega_0^2 = \alpha^2 \quad \Rightarrow \quad bw = 2\ (200\ \%)$$

circuito subamortiguado $\Rightarrow$ filtro con banda estrecha y aguda (bw bajo)

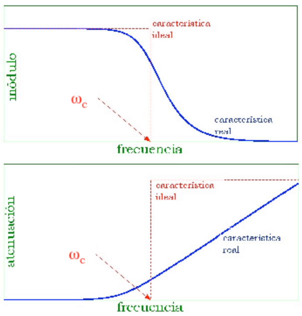
circuito sobreamortiguado $\Rightarrow$ filtro con banda amplia (bw alto)

Los contenidos de la diapositiva se aplican a circuitos ideales (todos los elementos en serie o en paralelo), pero las conclusiones cualitativas son aplicables a circuitos de otros tipos.

En esencia, la diapositiva indica que, una vez conocido el comportamiento de un circuito en régimen sinusoidal permanente, es inmediato deducir las características más relevantes del comportamiento del circuito en régimen transitorio y viceversa. En consecuencia, a la hora de evaluar un circuito no es necesario hacer sendos estudios completamente separados de ambos regímenes.

Esta conclusión es consistente con la que se desprende del análisis de Laplace. Según dicho análisis, la disposición de los elementos determina de forma unívoca la función de transferencia, válida para cualquier régimen de funcionamiento. Las variaciones en la señal de salida están determinadas por el régimen de la excitación.

Respuesta de un filtro



La función de transferencia también puede indicarse como atenuación [A(jω)], expresándola en dB.

$$A(j\omega) = -20\log|H(j\omega)|\ \text{dB}$$

$$|H(j\omega)| = 1 \Rightarrow A(j\omega) = 0\ \text{dB}$$
$$|H(j\omega)| = 0.5 \Rightarrow A(j\omega) = 6\ \text{dB}$$
$$|H(j\omega)| = 0.01 \Rightarrow A(j\omega) = 40\ \text{dB}$$

Diseñar un filtro consiste en determinar sus elementos pasivos de modo que la característica real se aproxime lo más posible a la característica ideal.

La característica real se denomina respuesta del filtro.
Las respuestas de los filtros son similares en los cuatro tipos de filtros ideales.

Las respuestas de los filtros que se han considerado hasta ahora no son resultado de un proceso de diseño. Por el contrario, dada una configuración del circuito, su respuesta queda unívocamente determinada.

En otras palabras, con las estructuras anteriores es posible elegir los elementos circuitales para que la frecuencia central (o la de corte) y el ancho de banda tengan unos valores dados, pero no se puede hacer nada para aproximar la respuesta real a la ideal.

Respuesta de un filtro

Distintos tipos de respuestas en filtros paso bajo.

Las respuestas serían similares en otros tipos de filtros.

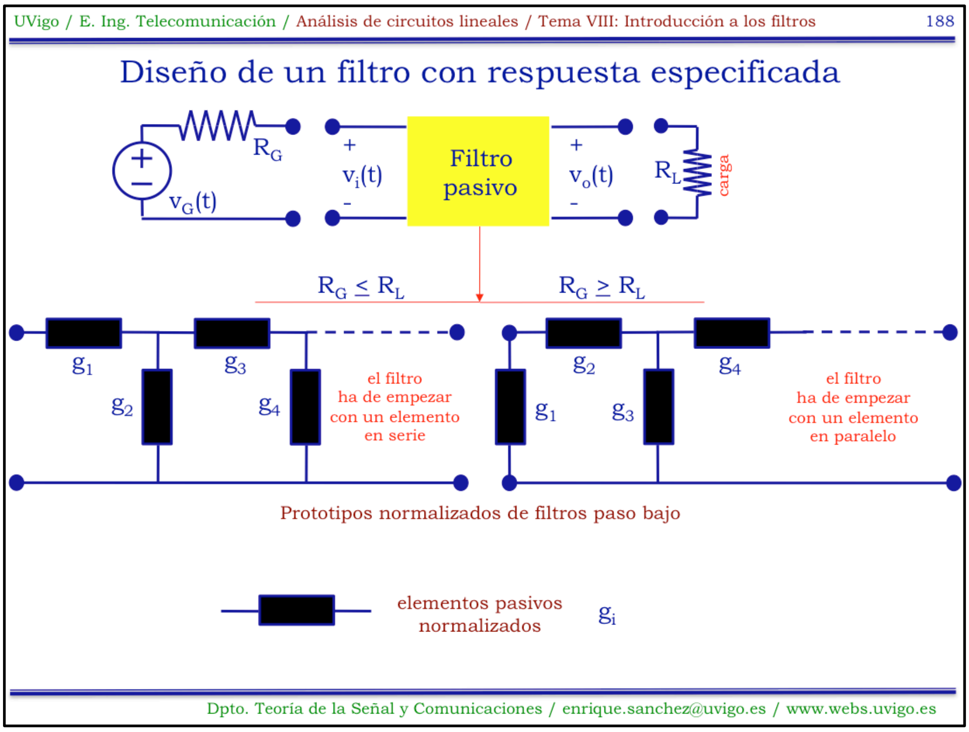
- La elección de la respuesta es un compromiso entre la atenuación fuera de la banda de paso y el rizado (fluctuaciones en el valor de la atenuación) dentro de la banda de paso.
- El tipo de respuesta influye en la variación de la fase con la frecuencia. No se considerará.
- La respuesta elíptica tiene un tratamiento matemático complicado. No se considerará.

Hay muchas más posibles respuestas de filtros que las mostradas en la diapositiva. En general el diseño del filtro se complica a medida que se pretende que la característica real se aproxime mejor a la ideal. De hecho, las únicas respuestas que tienen un tratamiento matemático analítico son la Butterworth y la Chebyshev.

Stephen Butterworth (1885-1958) fue un físico británico que propuso el filtro que lleva su nombre en una revista científica en el año 1930. También es conocido por sus trabajos en el ámbito de las matemáticas. Véase, por ejemplo, http://en.wikipedia.org/wiki/Stephen_Butterworth.

Pafnuty Lvovich Chebyshev (1821-1894) fue un matemático ruso, conocido por sus trabajos en estadística y teoría de números. El filtro que lleva su nombre fue diseñado aplicando sus desarrollos en los llamados polinomios de Chebyshev. Véase, por ejemplo, http://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev.

En esta diapositiva y la siguiente se indica como utilizar *el método del prototipo de filtro paso bajo normalizado* para diseñar filtros. Se trata de uno de los métodos más utilizados en diseño de filtros. Consideraremos únicamente (por la sencillez del aparato matemático) las respuestas Butterworth y Chebyshev.



La diapositiva muestra el esquema del filtro normalizado que se considerará en lo sucesivo. Este esquema no depende del tipo de filtro que se desea obtener.

Diseño de un filtro con respuesta especificada

Normalización de frecuencias

Se trata de obtener la función $(\omega_s/\omega_p)_{norm}$

ω_p: frecuencia comprendida en la banda de paso
ω_s: frecuencia situada fuera de la banda de paso

$$\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)_{norm}$$

paso bajo	paso alto	paso banda	banda rechazada
$\frac{\omega_s}{\omega_p}$	$\frac{\omega_p}{\omega_s}$	$\frac{1}{bw}\left(\frac{\omega_s}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_s}\right)$	$\frac{bw}{\frac{\omega_s}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega_s}}$

Orden (número de secciones o elementos) del filtro

(n es el número natural más próximo y superior al resultante del cálculo).

Respuesta Butterworth

$$a_{min} = 10^{(A_{min}/10)}-1 \qquad a_{max} = 10^{(A_{max}/10)}-1$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{a_{min}}{a_{max}}\right)}{2\left|\log\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)_{norm}\right|}$$

A_{max} y A_{min}, en dB

Respuesta Chebyshev

$$a_{min} = 10^{(A_{min}/10)}-1 \qquad a_{max} = 10^{(A_{max}/10)}-1$$

$$n = \frac{\operatorname{arccos h}\sqrt{\frac{a_{min}}{a_{max}}}}{\operatorname{arccos h}\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)_{norm}}$$

En esta diapositiva se indica cómo pasar cualesquiera frecuencias tanto en la banda de paso como fuera de ella a *frecuencias normalizadas*. Efectuada la normalización es posible determinar el número de *elementos normalizados* que ha de incluir el filtro en función de las atenuaciones dentro y fuera de la banda de paso.

Diseño de un filtro con respuesta especificada

Atenuación

Conocido el número de secciones de un filtro,
es posible determinar la atenuación que presenta a cualquier frecuencia.

Respuesta Butterworth $\Rightarrow$ $$A(\omega) = 10\log\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)_{norm}^{2n}\right] \text{ (dB)}$$

Respuesta Chebyshev $\Rightarrow$

$$\omega < \omega_c \Rightarrow A(\omega) = 10\log\left\{1 + a_{max}\cos^2\left[n\arccos\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)_{norm}\right]\right\} \text{ (dB)}$$

$$\omega > \omega_c \Rightarrow A(\omega) = 10\log\left\{1 + a_{max}\cosh^2\left[n\,\mathrm{arccosh}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)_{norm}\right]\right\} \text{ (dB)}$$

La atenuación aumenta con el número de secciones del filtro

Esta diapositiva no corresponde estrictamente al proceso de diseño. Recoge las expresiones a utilizar para calcular la atenuación correspondiente a cualquier frecuencia, cálculo que es posible realizar sabiendo tan sólo el número de secciones (elementos normalizados) del filtro y el tipo de respuesta.

Diseño de un filtro con respuesta especificada

Elementos del filtro normalizado con respuesta Butterworth (fórmulas de Bossé)

Caso general

$$K = \frac{4R_G R_L}{(R_G + R_L)^2} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad (R_G - R_L)^2 \geq 0 \quad \text{se cumple siempre}$$

$$\alpha = (1 - K)^{1/(2n)}$$

$$i = 1, 2, \cdots, n \quad \Rightarrow \quad \left| \begin{array}{l} b_i = 1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos\left(\dfrac{i\pi}{n}\right) \\ x_i = \operatorname{sen}\left(\dfrac{2i-1}{2n}\pi\right) \end{array} \right.$$

$$g_1 = \frac{2x_1}{1 - \alpha}$$

$$i = 2, 3, \cdots, n \quad \Rightarrow \quad g_i = \frac{4x_{i-1}x_i}{b_{i-1}g_{i-1}}$$

Caso particular (fórmulas de Bennett)

$$R_G = R_L \quad \Rightarrow \quad K = 1$$

$$i = 1, 2, \cdots, n \quad \Rightarrow \quad g_i = 2\operatorname{sen}\left(\frac{2i-1}{2n}\pi\right)$$

En esta diapositiva y las dos siguientes se recogen las expresiones a emplear para determinar los valores de los elementos normalizados.

Diseño de un filtro con respuesta especificada

Elementos del filtro normalizado con respuesta Chebyshev (fórmulas de Takahashi)

Caso general

n impar $\Rightarrow$ $K = \dfrac{4R_G R_L}{(R_G + R_L)^2} \leq 1 \Rightarrow (R_G - R_L)^2 \geq 0$ se cumple siempre

n par $\Rightarrow$ $K = \dfrac{4(1 + a_{max})R_G R_L}{(R_G + R_L)^2} \leq 1 \Rightarrow (R_G - R_L)^2 \geq 4a_{max}R_G R_L$

no se cumple siempre

son imposibles filtros de orden par con resistencias iguales

$$\alpha = \frac{1}{n}\operatorname{arcsenh}\sqrt{\frac{1}{a_{max}}} \qquad \beta = \frac{1}{n}\operatorname{arcsenh}\sqrt{\frac{1-K}{a_{max}}}$$

$$i = 1, 2, \cdots, n \Rightarrow \begin{cases} b_i = \operatorname{senh}^2\alpha + \operatorname{senh}^2\beta + \operatorname{sen}^2\left(\dfrac{i\pi}{n}\right) - 2\operatorname{senh}\alpha\operatorname{senh}\beta\cos\left(\dfrac{i\pi}{n}\right) \\ x_i = \operatorname{sen}\left(\dfrac{2i-1}{2n}\pi\right) \end{cases}$$

$$g_1 = \frac{2x_1}{\operatorname{senh}\alpha - \operatorname{senh}\beta}$$

$$i = 2, 3, \cdots, n \Rightarrow g_i = \frac{4x_{i-1}x_i}{b_{i-1}g_{i-1}}$$

Diseño de un filtro con respuesta especificada

Elementos del filtro normalizado con respuesta Chebyshev (fórmulas de Takahashi)

Caso particular (K = 1)

$$\alpha = \operatorname{arcsenh}\sqrt{\frac{1}{a_{max}}}$$

$$i = 1, 2, \cdots, n \quad \Rightarrow \quad \left| \begin{array}{l} b_i = \operatorname{senh}^2\alpha + \operatorname{sen}^2\left(\dfrac{i\pi}{n}\right) \\ x_i = \operatorname{sen}\left(\dfrac{2i-1}{2n}\pi\right) \end{array} \right.$$

$$g_1 = \frac{2x_1}{\operatorname{senh}\alpha}$$

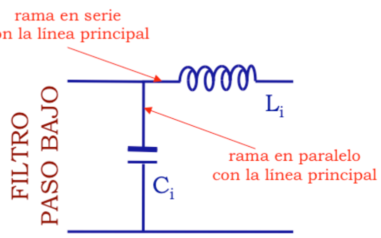
$$i = 2, 3, \cdots, n \quad \Rightarrow \quad g_i = \frac{4x_{i-1}x_i}{b_{i-1}g_{i-1}}$$

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Tema VIII: Introducción a los filtros 194

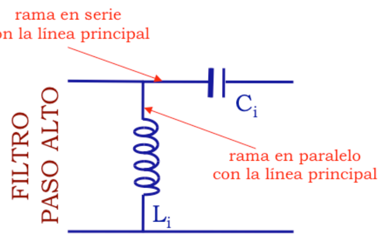
Diseño de un filtro con respuesta especificada

Desnormalización

Una vez obtenidos los elementos del prototipo de filtro paso bajo normalizado, éstos son transformados en elementos pasivos reales mediante las siguientes relaciones:



$$L_i = \frac{R_G g_i}{\omega_c} \qquad C_i = \frac{g_i}{\omega_c R_G}$$



$$L_i = \frac{R_G}{g_i \omega_c} \qquad C_i = \frac{1}{g_i \omega_c R_G}$$

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

En esta diapositiva y la siguiente se muestra cómo transformar cada elemento normalizado en uno o más elementos reactivos.

La desnormalización depende no sólo de los valores de los elementos normalizados, sino también de una frecuencia específica (de corte, central).

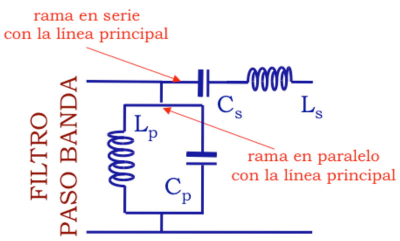
La desnormalización es distinta para cada tipo de filtro.

Obsérvese que en los filtros paso bajo y paso alto cada elemento normalizado da origen a otro desnormalizado, mientras que en los filtros paso banda y de banda eliminada, da origen a dos elementos reactivos.

Diseño de un filtro con respuesta especificada

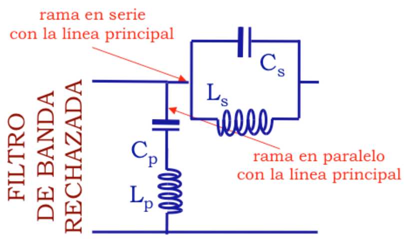
Desnormalización

Una vez obtenidos los elementos del prototipo de filtro paso bajo normalizado, éstos son transformados en elementos pasivos reales mediante las siguientes relaciones:



$$L_s = \frac{R_G g_i}{bw\omega_0} \qquad C_s = \frac{bw}{g_i \omega_0 R_G}$$

$$L_p = \frac{R_G bw}{g_i \omega_0} \qquad C_p = \frac{g_i}{bw\omega_0 R_G}$$



$$L_s = \frac{R_G g_i bw}{\omega_0} \qquad C_s = \frac{1}{bw g_i \omega_0 R_G}$$

$$L_p = \frac{R_G}{bw g_i \omega_0} \qquad C_p = \frac{g_i bw}{\omega_0 R_G}$$