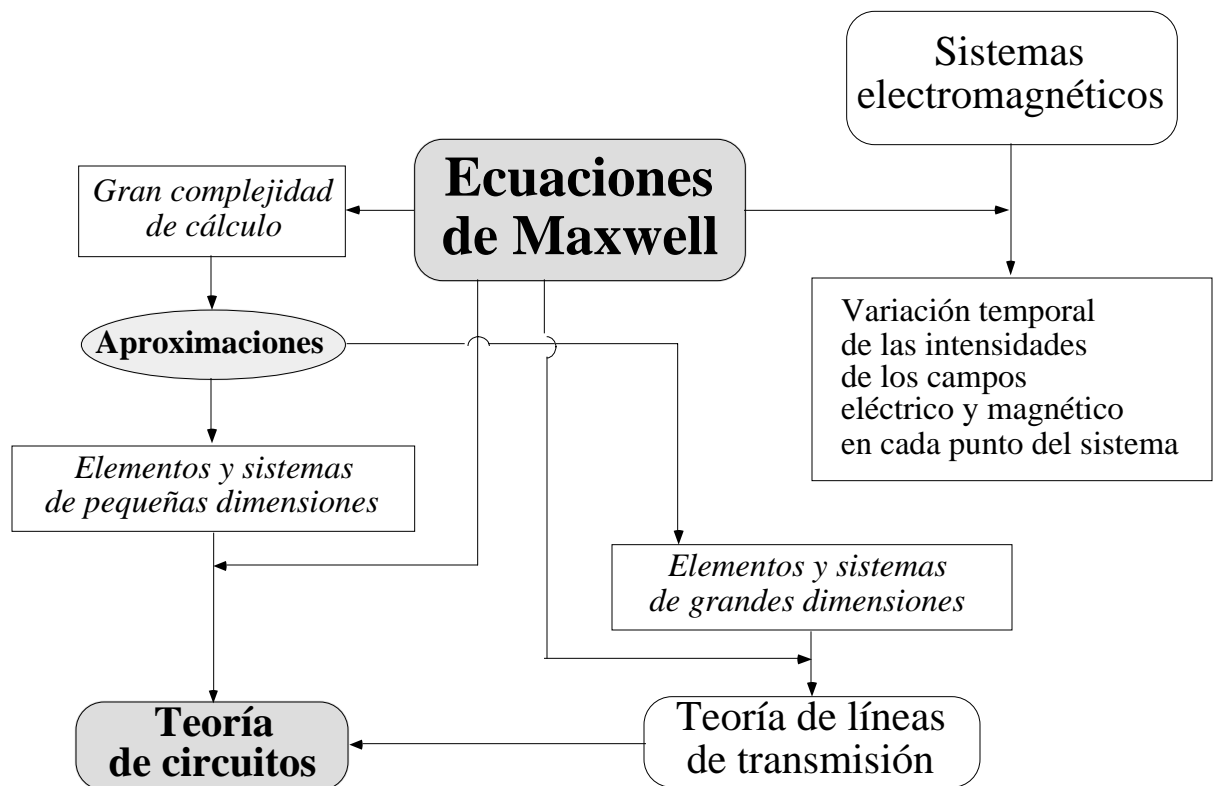
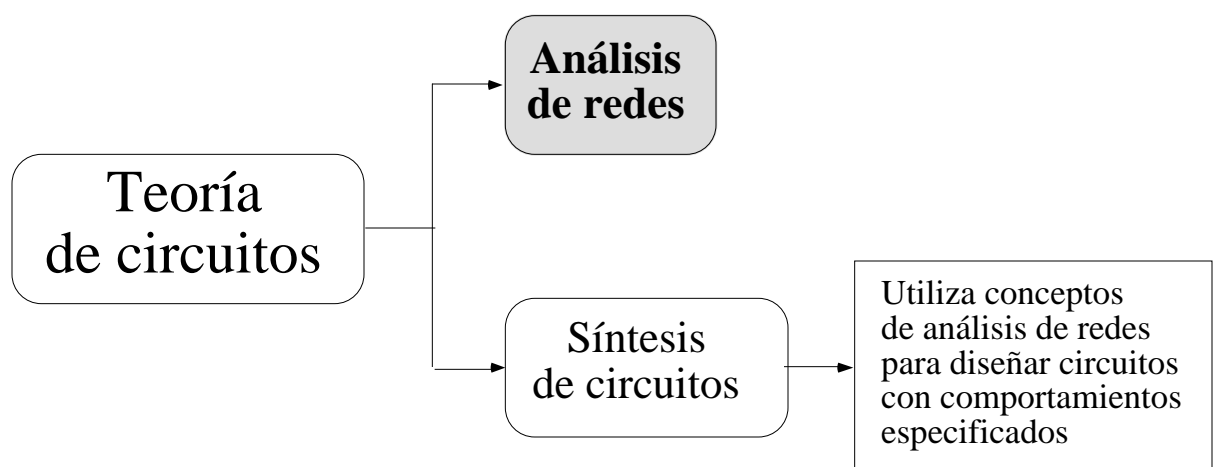

Tema I: Conceptos básicos

Fundamentos del análisis de redes	2
Magnitudes fundamentales	3
Elementos de un circuito	4
Ejemplos de medidas en un elemento.....	5
Potencia y energía en un elemento.....	5
Signo de la potencia (criterio pasivo de signos)	5
Elementos activos de un circuito	6
Fuentes independientes	6
Fuentes dependientes	7
Elementos pasivos de un circuito.....	8
Aplicación del principio de superposición.....	9
Representación de circuitos	10
Ejemplo de circuito	10
Nomenclatura.....	11
Planteamiento del análisis de redes	12
Leyes de Kirchhoff.....	13
Ejemplo de aplicación del procedimiento básico	14
Agrupaciones de elementos	15
Agrupación en serie de elementos de igual naturaleza.....	15
Agrupación en paralelo de elementos de igual naturaleza	16
Divisores.....	17
Transformación de generadores	17
Ejemplos	18
Análisis por mallas en régimen continuo	21
Ejemplo de análisis por mallas	22
Análisis por mallas con elementos adicionales	24
Análisis por nudos en régimen continuo	26
Ejemplo de análisis por nudos	27
Análisis por nudos con elementos adicionales	29
Ejercicios de repaso	31
Continua/1	31
Continua/2	32

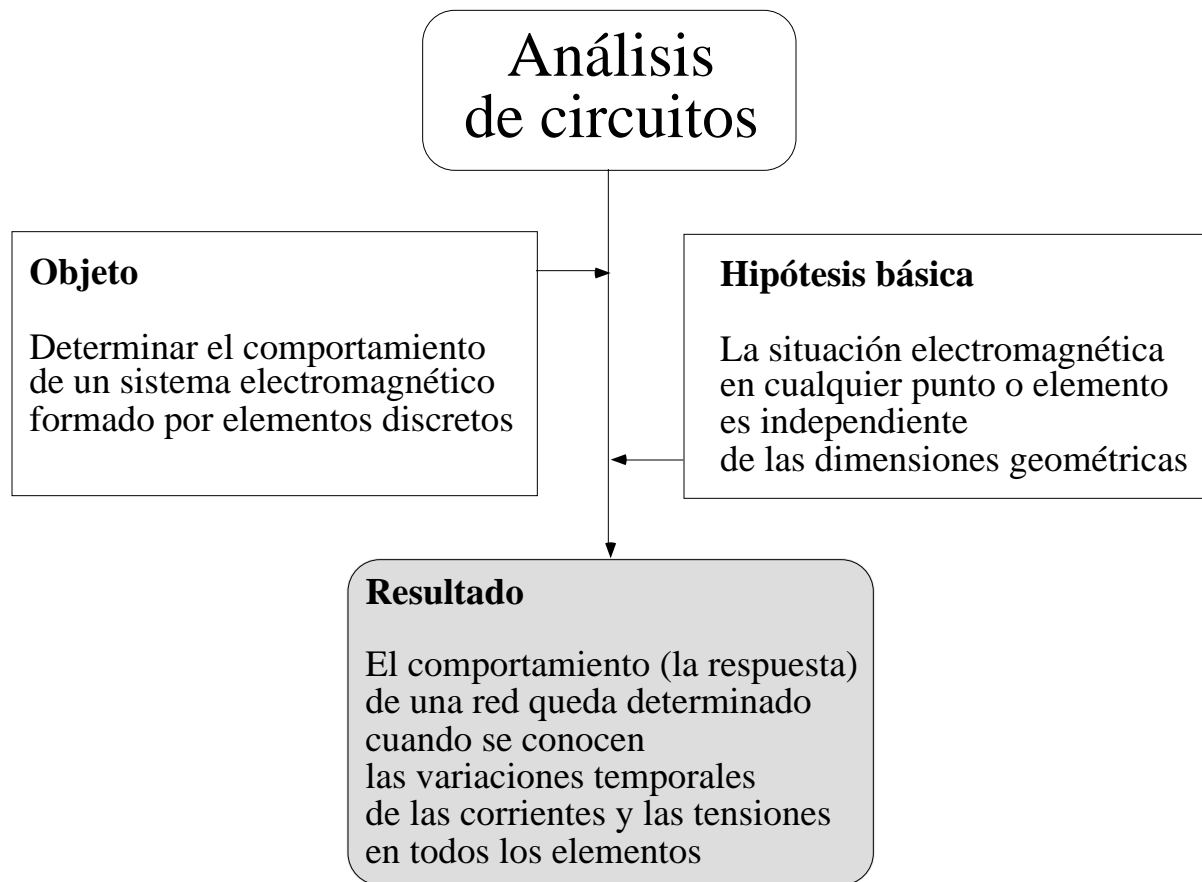
Fundamentos del análisis de redes



Los conceptos de *grandes* y *pequeñas* se definen en relación con la menor de las longitudes de onda presentes en el sistema.



Los conceptos de *redes eléctricas* y *circuitos eléctricos* son equivalentes.



Magnitudes fundamentales

Magnitud	Notación	Unidades	Símbolos unidades
voltaje (tensión, potencial, diferencia de potencial)	$v(t)$	voltio	V
Relacionado con la energía que hay que aplicar para aproximar o separar cargas eléctricas			
(intensidad de) corriente	$i(t)$	amperio	A
Denota la cantidad de carga eléctrica que circula por un elemento en un intervalo temporal			

t: notación para el tiempo; sus unidades son segundos, cuyo símbolo es s.

Elementos de un circuito

Los sistemas electromagnéticos objeto de estudio en análisis de redes se consideran formados por elementos (discretos) ideales.

Características de un elemento ideal

No puede descomponerse en otros elementos ideales.

Sólo tiene dos terminales (excepto los transformadores).

La corriente que sale por un terminal es igual a la que entra por el otro.

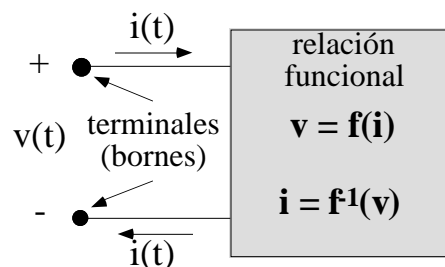
El sentido de la corriente en el elemento se denota con una flecha.

Los terminales pueden tener la misma o diferente tensión.

Con relación a la tensión un terminal se marca (arbitrariamente) con el signo +, y el otro con el signo -.

La tensión y la corriente en un elemento están relacionadas mediante una función matemática (relación funcional).

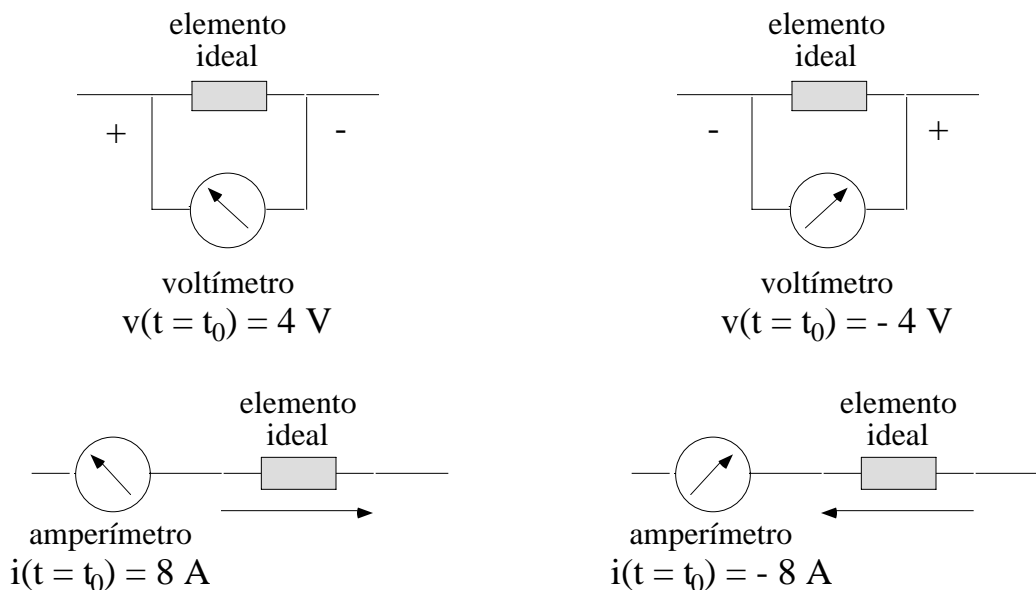
La tensión y la corriente en un elemento varían (en general) con el tiempo.



La diferencia de tensión entre los terminales de un elemento se mide con un voltímetro.

La corriente que circula por un elemento se mide con un amperímetro.

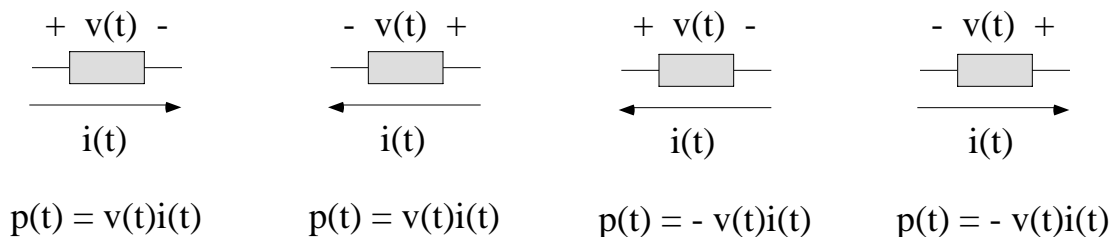
Ejemplos de medidas en un elemento



Potencia y energía en un elemento

Magnitud	Notación	Unidades	Símbolos unidades
potencia	$ p(t) = v(t)i(t) $	watio	W
energía (en un intervalo temporal)	$w = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$	julio	J

Signo de la potencia (criterio pasivo de signos)



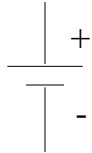
Si $p(t) < 0 \text{ W}$, el elemento libera energía; si $p(t) > 0 \text{ W}$, absorbe energía.

Elementos activos de un circuito

También se denominan *fuentes* o *generadores*.
Representan la excitación electromagnética
que se aplica a los restantes elementos de la red.

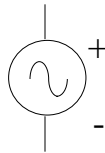
Fuentes independientes

Fuentes
de tensión



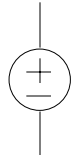
Fuente continua de tensión

Entrega la misma tensión en cualquier instante.
Su relación funcional es el valor de la tensión que entrega.



Fuente de tensión sinusoidal

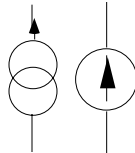
Entrega una tensión que varía con el tiempo
de acuerdo con una función sinusoidal.
Su relación funcional es la función sinusoidal.



Fuente de tensión continua o variable

Hay que indicar su relación funcional.

Fuentes
de corriente



Fuente de corriente continua o variable

Hay que indicar su relación funcional.

Las relaciones funcionales de las fuentes independientes
no incluyen dependencia de corrientes o tensiones
en otros elementos del circuito, ni de las características de éstos.

En las fuentes de tensión hay que indicar la polaridad
(posición de los signos + y -).

Una fuente de tensión siempre impone el voltaje.

En las fuentes de corriente hay que indicar el sentido de la corriente.

Una fuente de corriente siempre impone la corriente.

Fuentes dependientes

Fuentes
de tensión



Fuente dependiente de tensión

Entrega una tensión que depende de la corriente o la tensión en otro elemento.

Hay que indicar su relación funcional.

Fuentes
de corriente



Fuente dependiente de corriente

Entrega una corriente que depende de la corriente o la tensión en otro elemento.

Hay que indicar su relación funcional.

Las relaciones funcionales de las fuentes dependientes no incluyen dependencia de las características de otros elementos del circuito.

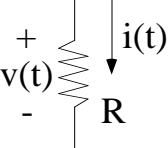
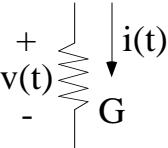
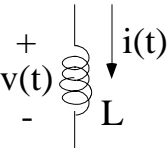
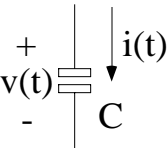
En las fuentes de tensión hay que indicar la polaridad (posición de los signos + y -).

Una fuente de tensión siempre impone el voltaje.

En las fuentes de corriente hay que indicar el sentido de la corriente.

Una fuente de corriente siempre impone la corriente.

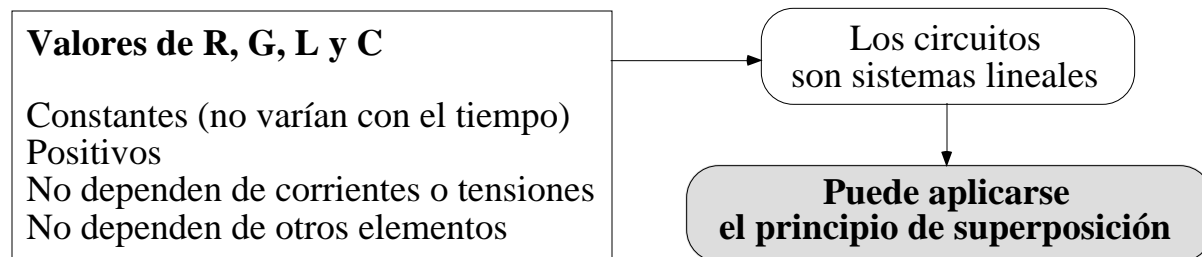
Elementos pasivos de un circuito

Representación gráfica	Nombre	Relación funcional	Símbolos y unidades
	Resistencia	$v(t) = Ri(t)$ (ley de Ohm)	R ohmios (Ω)
	Conductancia	$i(t) = Gv(t)$ (ley de Ohm)	$G = 1/R$ siemens (S)
	Inductancia (bobina)	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	L henrios (H)
	Capacidad (condensador)	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	C faradios (F)

Si cambia el sentido de la corriente con relación a la polaridad de la tensión, o si cambia la polaridad de la tensión con relación al sentido de la corriente, la relación funcional está afectada por un signo - en uno de los miembros.

L y C se denominan elementos reactivos; pueden almacenar y liberar energía (la potencia puede ser positiva o negativa).

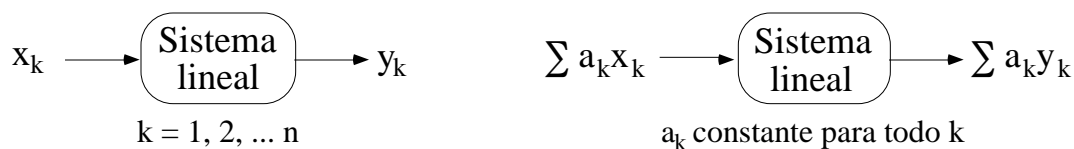
R y G son elementos resistivos; siempre disipan (absorben) energía (la potencia siempre es positiva).



Principio de superposición

Si en un sistema lineal,
la respuesta a una excitación x_k
es una salida y_k ,
la respuesta a una excitación compuesta
por una combinación lineal
de las excitaciones x_k
es la misma combinación lineal
de las respuestas
a las excitaciones individuales

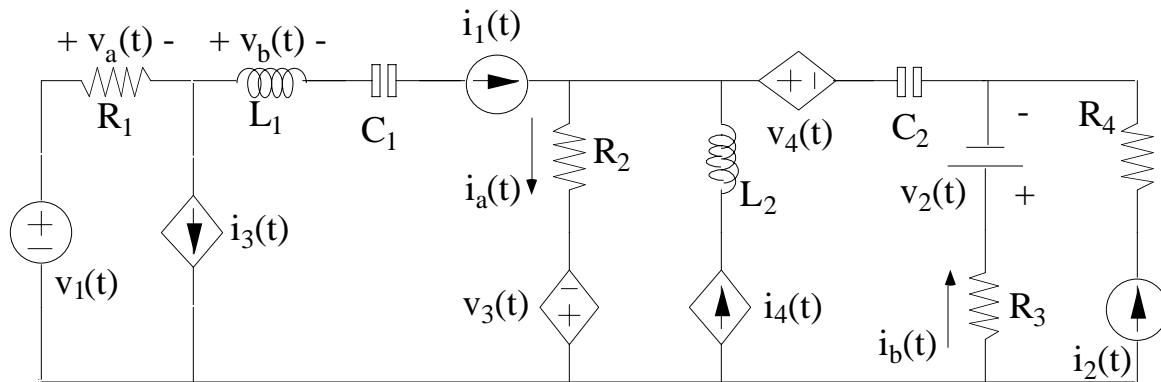
Aplicación del principio de superposición



El principio de superposición sólo puede aplicarse cuando las variables consideradas son corrientes o tensiones, y no cuando son potencias o energías.

Representación de circuitos

Ejemplo de circuito



$v_1(t) = 8\cos(200t + 25^\circ)$ V; fuente independiente de tensión sinusoidal

$v_2(t) = -4$ V; fuente continua de tensión

$v_3(t) = 14v_a(t)$; fuente dependiente de tensión controlada por tensión

$v_4(t) = -6i_a(t)$; fuente dependiente de tensión controlada por corriente

$i_1(t) = 5\cos(25t)$ A; fuente independiente de corriente sinusoidal

$i_2(t) = 6$ A; fuente continua de corriente

$i_3(t) = -2v_b(t)$; fuente dependiente de corriente controlada por tensión

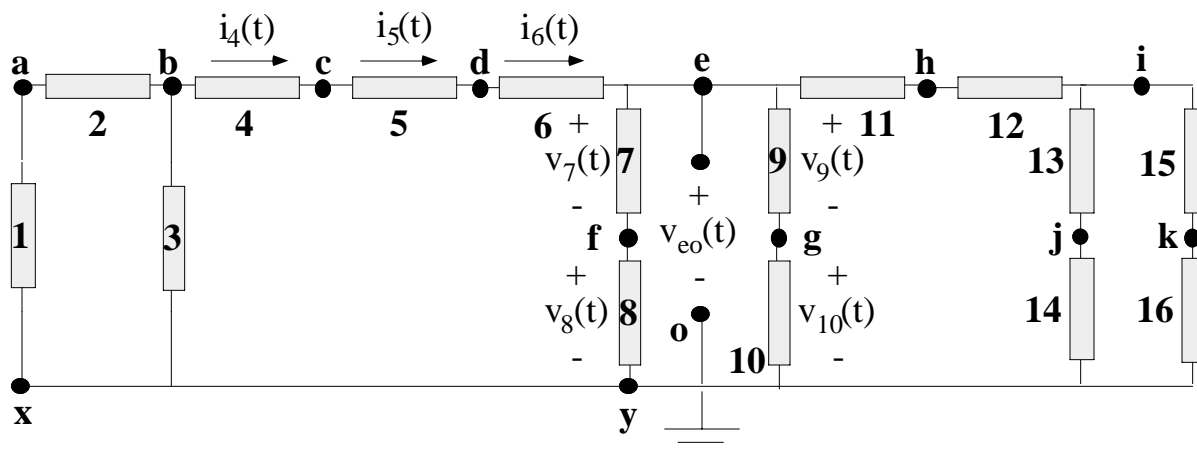
$i_4(t) = 7.5i_b(t)$; fuente dependiente de corriente controlada por corriente

$R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$, $R_3 = 100 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$; resistencias

$L_1 = 5 \mu\text{H}$, $L_2 = 0.2 \text{ mH}$; inductancias

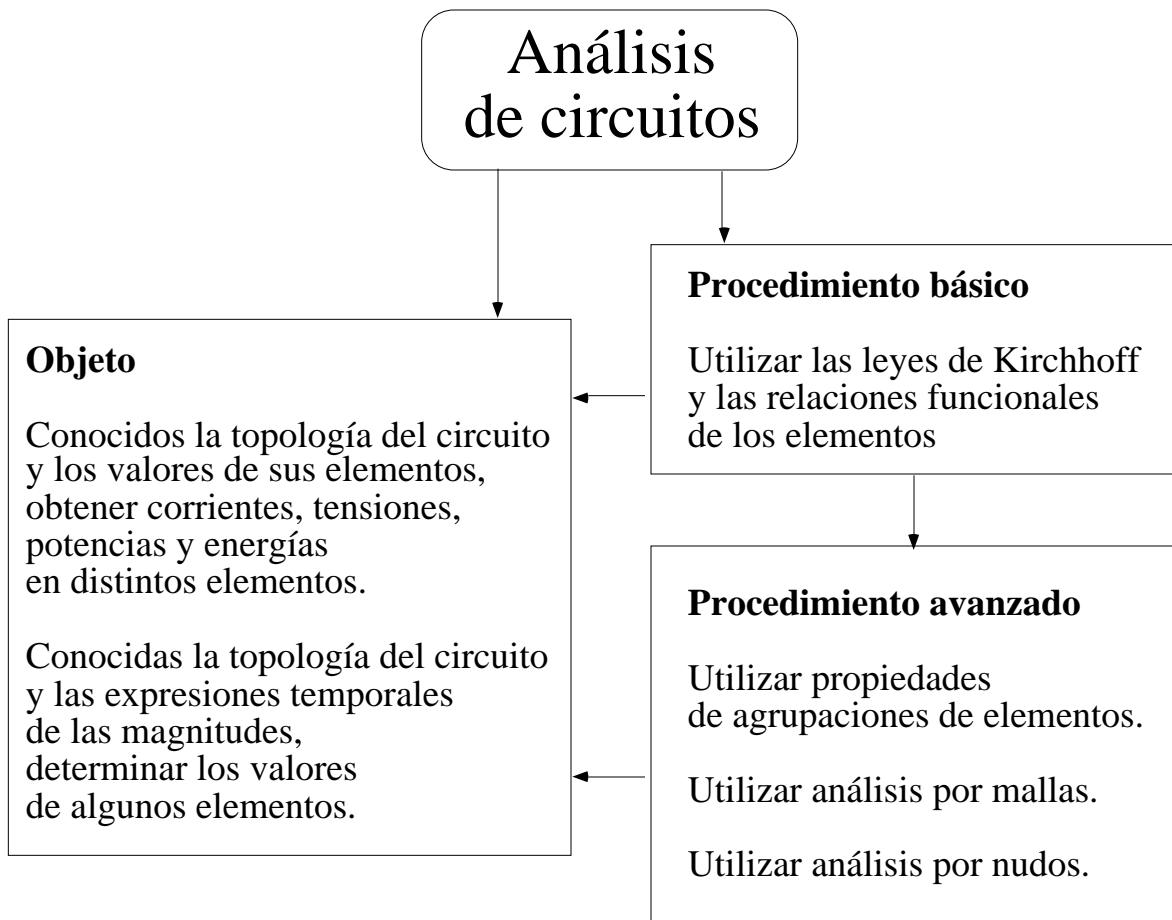
$C_1 = 50 \text{ pF}$, $C_2 = 0.8 \text{ nF}$; capacidades

Nomenclatura



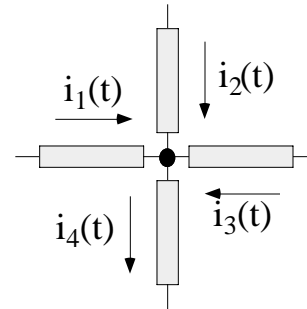
Concepto	Definición y propiedades	Ejemplo
nudo	punto donde se conectan dos o más elementos	a, d, e, i, ...
nudo esencial	nudo en el que se conectan tres o más elementos; en un circuito hay n nudos esenciales	b, e, o, i
nudo de referencia	nudo al que se asigna arbitrariamente una tensión nula; se indica explícitamente (tierra, masa) y sólo hay uno en cada circuito	el nudo o
rama esencial	camino entre dos nudos esenciales; en un circuito hay r ramas esenciales	bax, ehi, ...
mall	conjunto cerrado de elementos que se recorre sin pasar dos veces por ninguno; en un circuito hay $r - (n - 1)$ mallas independientes	xabx, xbcdefyx, xabcdehikoyx, ...
elementos en serie	tienen un nudo común al que no se conecta otro elemento; las corrientes en elementos en serie son iguales	4-5-6, 7-8, 13-14, ... $i_4 = i_5 = i_6$
elementos en paralelo	los terminales de todos se conectan a los mismos nudos; las tensiones en elementos en paralelo son iguales	(7-8)//(9-10), ... $v_7 + v_8 = v_9 + v_{10}$
circuito abierto	par de nudos sin conexión directa; la corriente es nula, pero puede soportar tensión (resistencia infinita)	e-o $v_{eo} = v_7 + v_8$ $i_{eo} = 0 \text{ A}$
corto-circuito	conexión directa entre dos elementos; la tensión es nula, pero puede soportar corriente (resistencia nula)	x-y x, y, o son el mismo nudo

Planteamiento del análisis de redes



Leyes de Kirchhoff

Ley de las corrientes en los nudos La suma algebraica de las corrientes de los elementos conectados a un nudo es nula



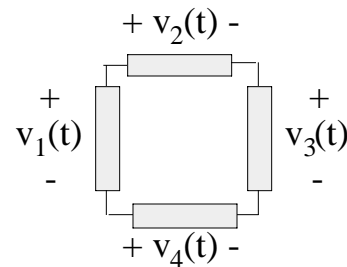
Criterio:
corrientes entrantes positivas

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) = 0$$

Criterio:
corrientes salientes positivas

$$-i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) + i_4(t) = 0$$

Ley de las tensiones en las mallas La suma algebraica de las tensiones en los elementos que forman una malla es nula



Criterio:
tensiones positivas en sentido horario

$$v_1(t) - v_2(t) - v_3(t) + v_4(t) = 0$$

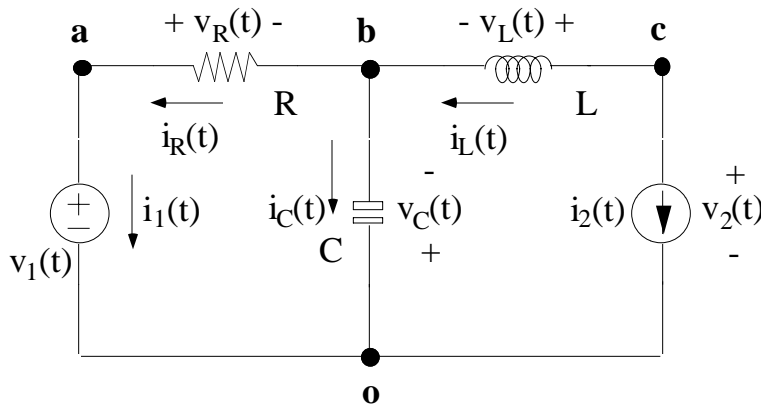
Criterio:
tensiones negativas en sentido horario

$$-v_1(t) + v_2(t) + v_3(t) - v_4(t) = 0$$

Ejemplo de aplicación del procedimiento básico

Aplicar las leyes de Kirchhoff a los nudos y las mallas independientes del circuito.

Relacionar las corrientes y las tensiones en cada elemento mediante las relaciones funcionales.



Son datos los valores de los elementos pasivos, y las expresiones temporales que caracterizan las fuentes.

Excepto el sentido en la fuente de corriente y la polaridad en la fuente de tensión, los sentidos de las corrientes y las polaridades de las tensiones son arbitrarios.

Ley de las corrientes en los nudos

nudo a:
nudo b:
nudo c:
nudo o:

$$\begin{aligned} i_1 - i_R &= 0 \\ i_R + i_C - i_L &= 0 \\ i_L + i_2 &= 0 \\ i_1 + i_C + i_2 &= 0 \end{aligned}$$

Ley de las tensiones en las mallas

Hay tres mallas (aboa, bocb, abcoa) pero sólo dos independientes
malla aboa:
malla bocb:

$$\begin{aligned} v_1 - v_R + v_C &= 0 \\ v_C - v_L + v_2 &= 0 \end{aligned}$$

Relaciones funcionales

resistencia:
inductancia:
capacidad:

$$\begin{aligned} v_R &= -Ri_R \\ v_L &= Ldi_L/dt \\ i_C &= -Cdv_C/dt \end{aligned}$$

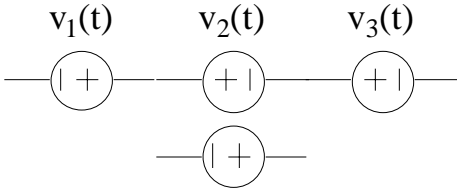
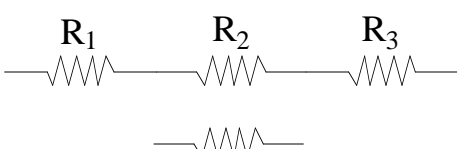
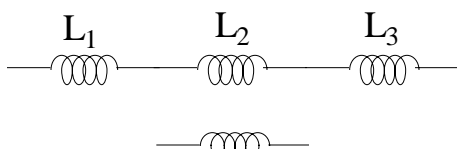
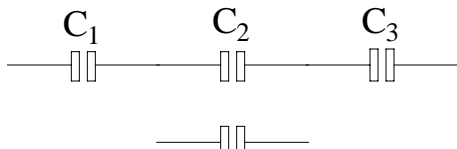
A partir del sistema de ecuaciones es posible obtener las expresiones temporales de las corrientes y las tensiones en todos los elementos; a partir de éstos es posible obtener cualquier otro resultado.

$$v_{ac}(t) = v_a(t) - v_c(t) = v_R(t) - v_L(t) = -v_{ca}(t)$$

$$p_C(t) = -v_C(t)i_C(t); w_C(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} p_C(t)dt$$

Agrupaciones de elementos

Agrupación en serie de elementos de igual naturaleza

Elementos	Agrupaciones	Ejemplos
Fuentes de tensión	$v_{eq}(t) = \sum_{k=1}^n v_k(t)$ (suma algebraica)	 $v_{eq}(t) = v_1(t) - v_2(t) - v_3(t)$
Resistencias	$R_{eq} = \sum_{k=1}^n R_k$	 $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$
Inductancias	$L_{eq} = \sum_{k=1}^n L_k$	 $L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$
Capacidades	$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$	 $C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)^{-1}$

En todos los casos, $k = 1, 2, \dots, n$. Puede alterarse el orden de los elementos.

Es imposible disponer en serie fuentes de corriente con distintas relaciones funcionales.

Agrupación en paralelo de elementos de igual naturaleza

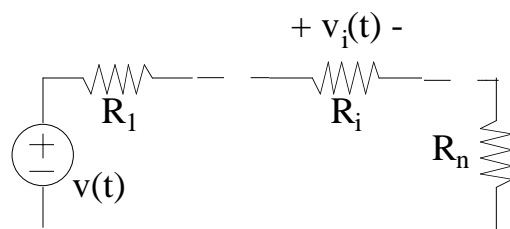
Elementos	Agrupaciones	Ejemplos
Fuentes de corriente	$i_{eq}(t) = \sum_{k=1}^n i_k(t)$ (suma algebraica)	
Resistencias	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$	
Inductancias	$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}$	
Capacidades	$C_{eq} = \sum_{k=1}^n C_k$	

En todos los casos, $k = 1, 2, \dots, n$. Puede alterarse el orden de los elementos.

Es imposible disponer en paralelo fuentes de tensión con distintas relaciones funcionales.

Divisores

De tensión

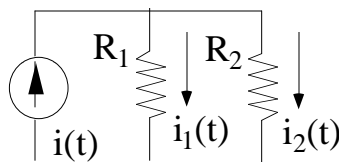


$$v_i(t) = \frac{R_i}{\sum_{k=1}^n R_k} v(t)$$

$$k = 1, 2, \dots, i, \dots, n$$

El signo cambia
si se altera una polaridad
con relación a la otra

De corriente

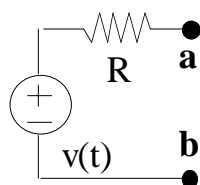


$$i_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t)$$

$$i_2(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$$

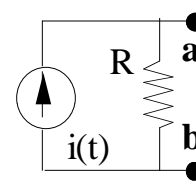
Los signos cambian
si se alteran
los sentidos de las corrientes

Transformación de generadores



$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = v(t)/R$$



Desde la perspectiva de un conjunto de elementos conectados a los terminales a y b, los dos esquemas son equivalentes si se cumplen las relaciones indicadas.

Si se invierte el sentido de la corriente con relación a la polaridad el segundo miembro de las expresiones está afectado por un signo -.

Sin embargo, si se desea determinar alguna magnitud en el conjunto fuente-resistencia, ha de utilizarse el esquema original del circuito.

Utilidad práctica de las agrupaciones

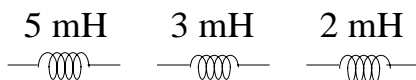
Simplificar cálculos.

Obtener elementos pasivos de valores diferentes.

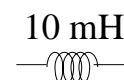
Simular fuentes de corriente y tensión.

Ejemplos

Obtener una inductancia mayor a partir de otras más pequeñas



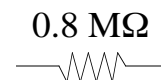
Agrupación en serie



Obtener una resistencia menor a partir de otras más grandes



Agrupación en paralelo



Agrupación en paralelo de dos resistencias

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

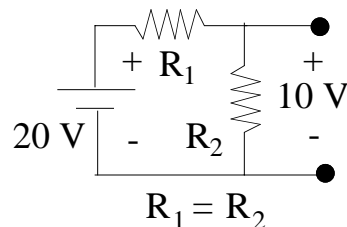
R_{eq} es siempre menor que R_1 y R_2 .

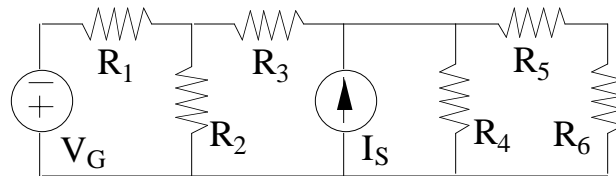
Si R_1 y R_2 son iguales, R_{eq} es la mitad.

Si una resistencia es mucho mayor, R_{eq} es aproximadamente igual a la menor.

Obtener una tensión inferior a partir de otra mayor

Se desea obtener una tensión continua de 10 V y sólo se dispone de una fuente continua de 20 V

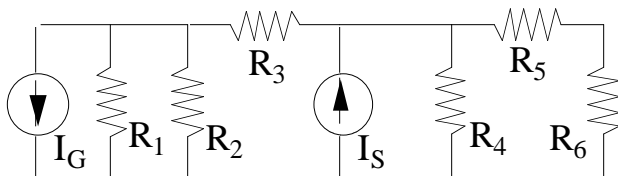




El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo.
Se desea obtener la corriente, la tensión y la potencia en R_6 .

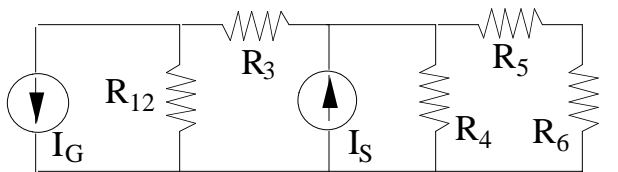
$$V_G = 80 \text{ V}, I_S = 5.6 \text{ mA}$$

$$R_1 = 40 \text{ k}\Omega, R_2 = 40 \text{ k}\Omega, R_3 = 5 \text{ k}\Omega, R_4 = 100 \text{ k}\Omega, R_5 = 1 \text{ k}\Omega, R_6 = 4 \text{ k}\Omega$$



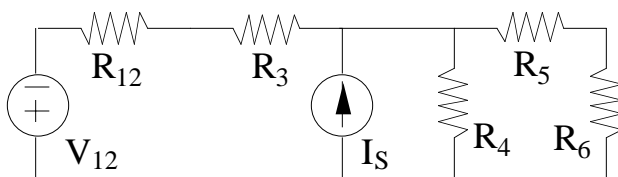
Transformación de generador

$$I_G = \frac{V_G}{R_1} = 2 \text{ mA}$$



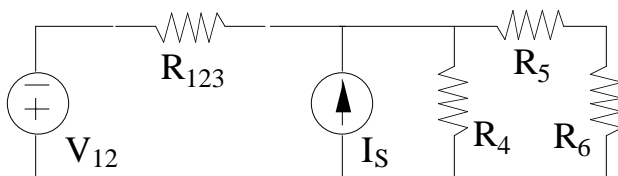
Agrupación de resistencias en paralelo

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 20 \text{ k}\Omega$$



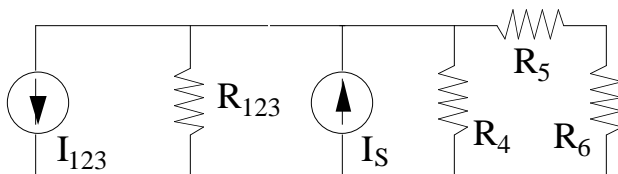
Transformación de generador

$$V_{12} = R_{12} I_G = 40 \text{ V}$$



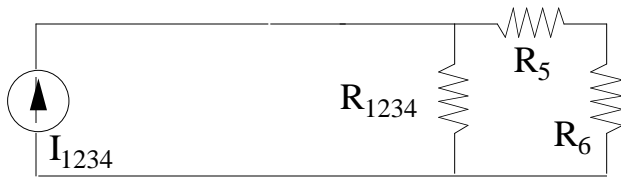
Agrupación de resistencias en serie

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 25 \text{ k}\Omega$$



Transformación de generador

$$I_{123} = \frac{V_{12}}{R_{123}} = 1.6 \text{ mA}$$

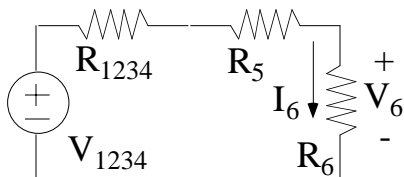


Agrupación de fuentes de corriente en paralelo

$$I_{1234} = I_S - I_{123} = 4 \text{ mA}$$

Agrupación de resistencias en paralelo

$$R_{1234} = \frac{R_{123}R_4}{R_{123} + R_4} = 20 \text{ k}\Omega$$



Transformación de generador

$$V_{1234} = R_{1234}I_{1234} = 80 \text{ V}$$

Divisor de tensión

Relación funcional de la resistencia

$$V_6 = \frac{R_6}{R_{1234} + R_5 + R_6} V_{1234} = 12.8 \text{ V}$$

$$I_6 = \frac{V_6}{R_6} = 3.2 \text{ mA}$$

Potencia

$$P_6 = V_6 I_6 = \frac{V_6^2}{R_6} = I_6^2 R_6 = 40.96 \text{ mW}$$

En régimen permanente continuo suelen utilizarse letras mayúsculas para denotar las magnitudes eléctricas.

Se efectuaron transformaciones de generadores porque no era preciso determinar ninguna magnitud relativa a los elementos afectados por aquéllas.

Se asignó arbitrariamente la polaridad de la tensión V_6 ya que ésta no estaba especificada en el enunciado.

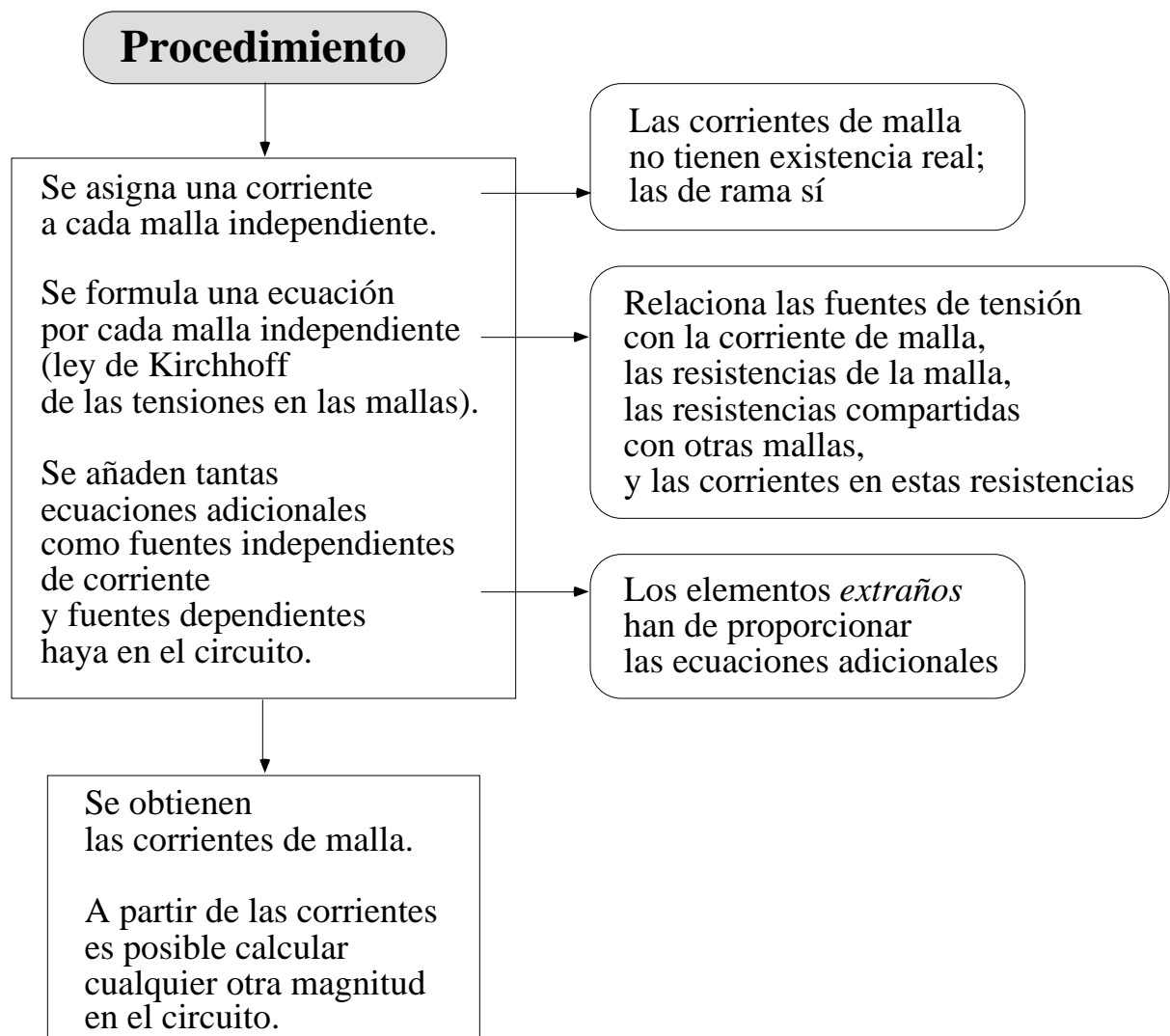
Se escogió el sentido de la corriente I_6 de forma que la relación funcional de la resistencia fuera positiva.

En cualquier régimen, en una resistencia se verifica

$$p(t) = \frac{v^2(t)}{R} = i^2(t)R$$

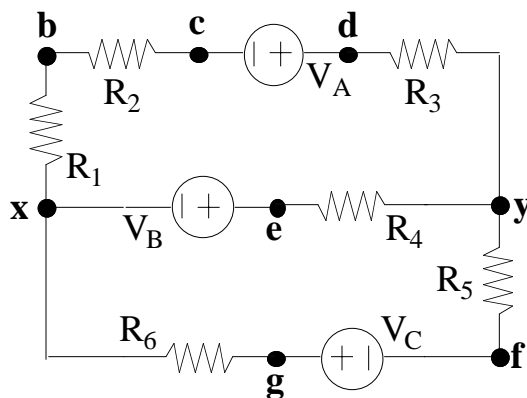
con independencia de la relación entre el sentido de la corriente y la polaridad de la tensión.

Análisis por mallas en régimen continuo



El concepto de *régimen continuo* se explicará en el tema II. Ahora basta saber que, en general, en los circuitos que funcionan en tal régimen (circuitos de continua, DC) los únicos elementos relevantes son fuentes continuas y resistencias.

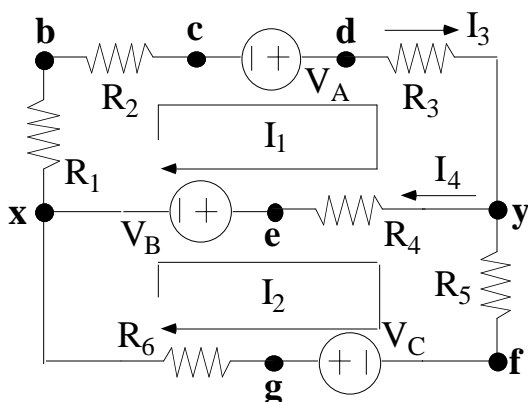
Ejemplo de análisis por mallas



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo.
Se desea obtener la diferencia de tensión entre x e y.

$$V_A = 40 \text{ V}, V_B = 14 \text{ V}, V_C = -24 \text{ V}$$

$$R_1 = 5 \text{ } \Omega, R_2 = 3 \text{ } \Omega, R_3 = 2 \text{ } \Omega, R_4 = 2 \text{ } \Omega, R_5 = 3 \text{ } \Omega, R_6 = 1 \text{ } \Omega$$



En el circuito hay tres mallas:
 $xbcdyex$, $xeyfgx$, $xbcdyfgx$
 Sólo dos son independientes.
 Se escogen dos mallas cualesquiera,
 y se les asignan corrientes (I_1, I_2).

Las corrientes reales
 (medibles con un amperímetro)
 son las de rama (p. ej.: I_3, I_4).

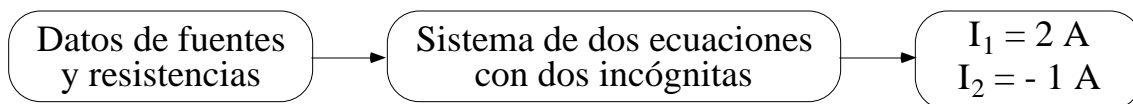
I_1 e I_2 son reales cuando coinciden
 con corrientes de rama (I_1 e I_3),
 y no cuando coinciden en una rama
 ($I_4 = I_1 - I_2$); el amperímetro en serie
 con R_4 mide I_4 .

Malla 1 x b c d y e x	Suma algebraica de fuentes de tensión	$V_A - V_B$	Es indiferente elegir como positiva una u otra
	Caídas de tensión provocadas por la corriente de malla	$I_1(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$	I_1 es positiva porque sale por el terminal positivo de la fuente escogida positiva
	Tensión adicional en resistencias compartidas	$- I_2 R_4$	I_2 tiene signo contrario a I_1 porque se opone a ella en la resistencia compartida
Malla 2 x e y f g x	Suma algebraica de fuentes de tensión	$V_B + V_C$	Ambas tienen igual signo (positivo o negativo)
	Caídas de tensión provocadas por la corriente de malla	$I_2(R_4 + R_5 + R_6)$	I_2 es positiva porque sale por el terminal positivo de fuentes escogidas positivas
	Tensión adicional en resistencias compartidas	$- I_1 R_4$	I_1 tiene signo contrario a I_2 porque se opone a ella en la resistencia compartida

Ecuaciones de malla

$$V_A - V_B = I_1(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) - I_2 R_4$$

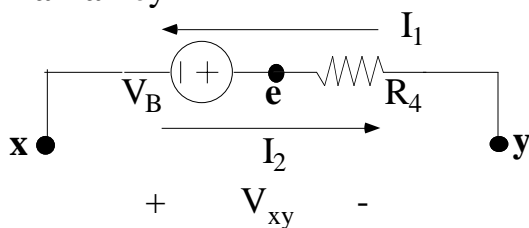
$$V_B + V_C = I_2(R_4 + R_5 + R_6) - I_1 R_4$$

**Rama x b c d y**

$$V_{xy} = - V_A + I_1(R_1 + R_2 + R_3) = - 20 \text{ V}$$

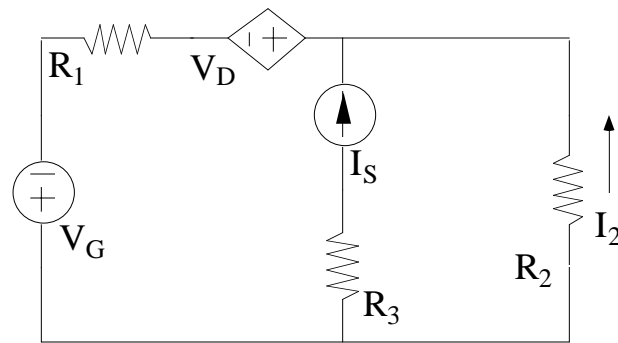
Rama x e y

$$V_{xy} = - V_B + (I_2 - I_1)R_4 = - 20 \text{ V}$$

**Rama x f g y**

$$V_{xy} = V_C - I_2(R_5 + R_6) = - 20 \text{ V}$$

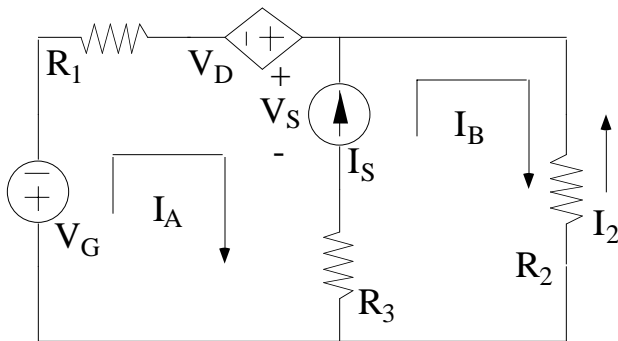
Análisis por mallas con elementos adicionales



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo. Se desea obtener la potencia en la fuente de tensión dependiente.

$$V_G = -5 \text{ V}, I_S = 3 \text{ mA}, V_D = R I_2$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 2 \text{ k}\Omega, R_3 = 3 \text{ k}\Omega, R = 1 \text{ k}\Omega$$



Hay tres mallas, de las que dos son independientes.

A cada malla independiente se asigna una corriente (sentido arbitrario).

La fuente de corriente impone la corriente I_S , pero la tensión que soporta está determinada por el resto del circuito; se indica explícitamente ésta, eligiendo arbitrariamente la polaridad.

Ecuaciones de malla

$$-V_G + V_D = I_A(R_1 + R_3) - I_B R_3 + V_S$$

$$0 = I_B(R_2 + R_3) - I_A R_3 - V_S$$

Al formular las ecuaciones de malla hay que incluir la contribución de la tensión en la fuente de corriente

Hay que formular ecuaciones adicionales para los elementos *extraños*.

Fuente dependiente

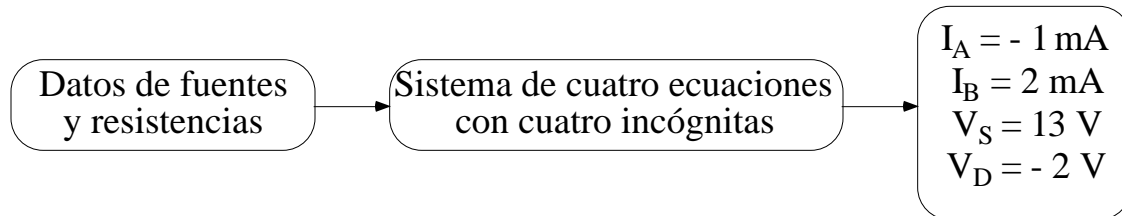
$$V_D = RI_2 = -RI_B$$

En R_2 las corrientes de malla y de rama coinciden en valor absoluto, pero se oponen en signo

Fuente de corriente

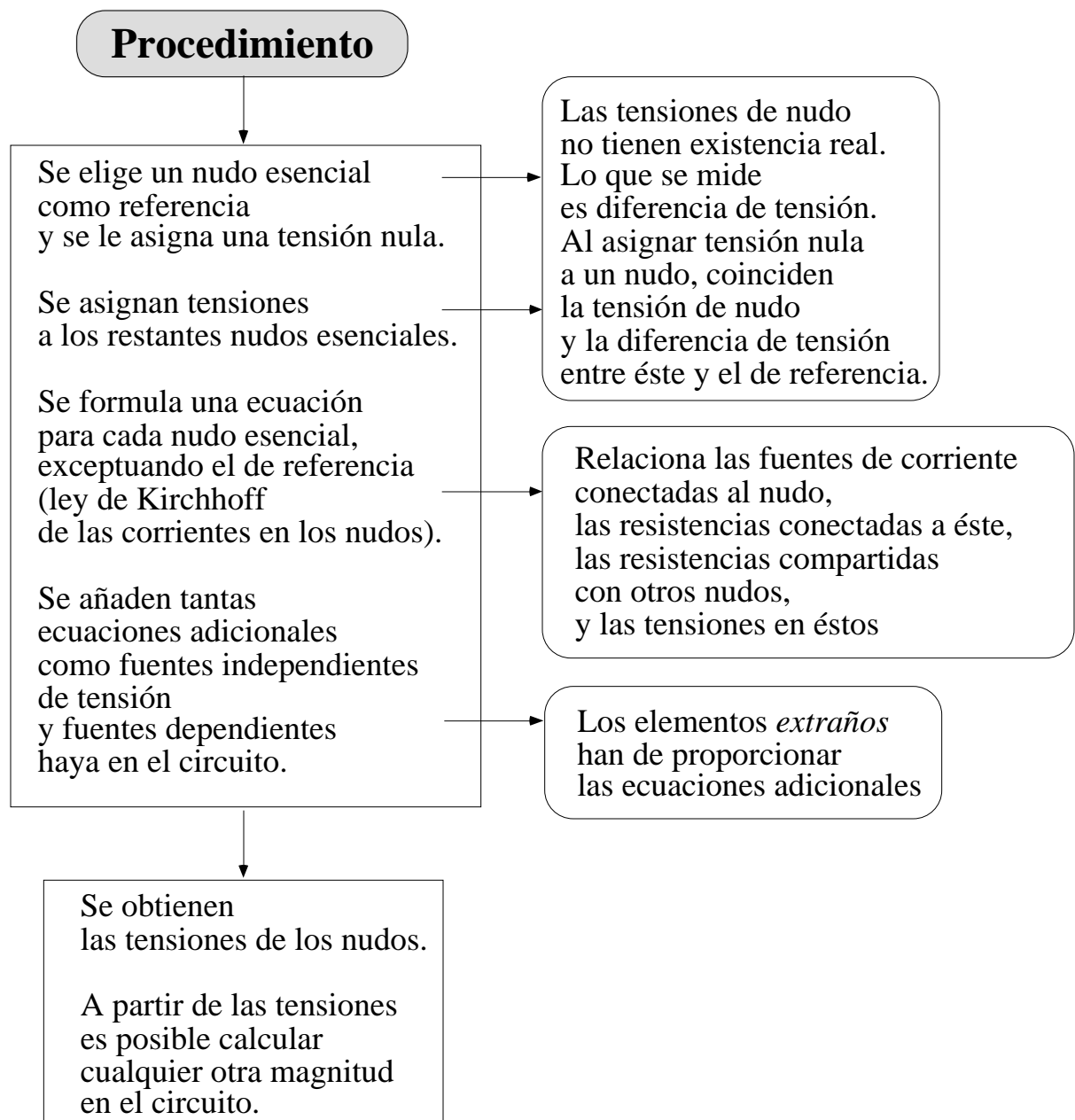
$$I_S = I_B - I_A$$

La fuente impone la corriente de rama, que es la suma algebraica de las corrientes de malla que circulan por ella



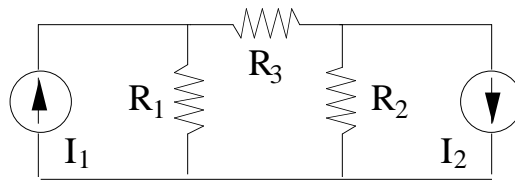
$$P_D = -V_D I_A = -2 \text{ mW}$$

Análisis por nudos en régimen continuo



El concepto de *régimen continuo* se explicará en el tema II. Ahora basta saber que, en general, en los circuitos que funcionan en tal régimen (circuitos de continua, DC) los únicos elementos relevantes son fuentes continuas y resistencias.

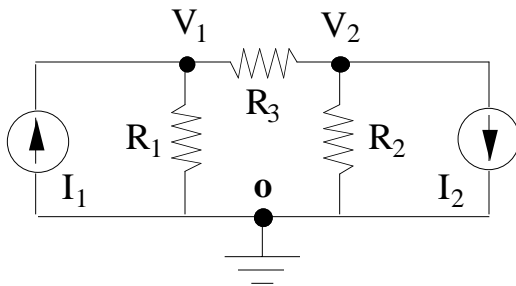
Ejemplo de análisis por nudos



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo.
Se desea obtener la potencia en R_3 .

$$I_1 = 4 \text{ mA}, I_2 = -3 \text{ mA}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 0.2 \text{ k}\Omega, R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega$$



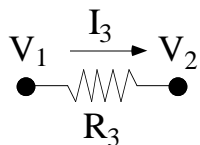
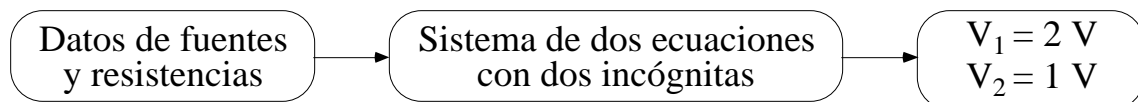
En el circuito hay tres nudos esenciales.
Se escoge el nudo o como referencia.

Nudo 1 Suma algebraica de fuentes de corriente conectadas al nudo	I_1	Se eligen positivas las corrientes entrantes
Corrientes entre el nudo y el de referencia	$\frac{V_1 - V_0}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$	Se eligen positivas las corrientes salientes
Corrientes entre el nudo y otros	$\frac{V_1 - V_2}{R_3}$	
Nudo 2 Suma algebraica de fuentes de corriente conectadas al nudo	$-I_2$	Se eligen positivas las corrientes entrantes
Corrientes entre el nudo y el de referencia	$\frac{V_2 - V_0}{R_2} = \frac{V_2}{R_2}$	Se eligen positivas las corrientes salientes
Corrientes entre el nudo y otros	$\frac{V_2 - V_1}{R_3}$	

$$I_1 = V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) - \frac{V_2}{R_3}$$

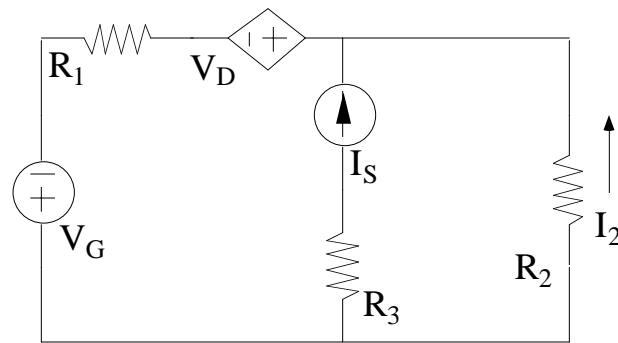
Ecuaciones de nudos

$$-I_2 = V_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \frac{V_1}{R_3}$$



$$P_3 = I_3^2 R_3 = \left(\frac{V_1 - V_2}{R_3} \right)^2 R_3 = 2 \text{ mW}$$

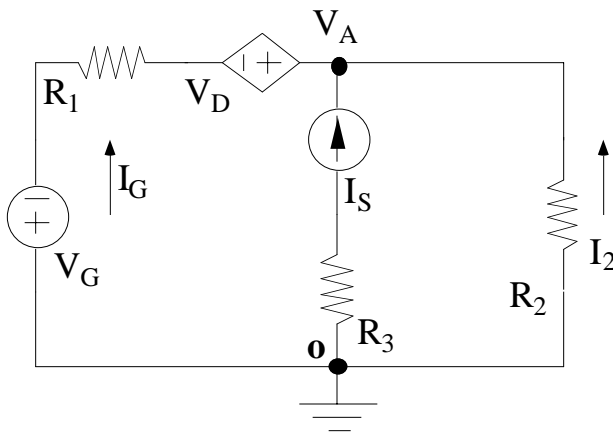
Análisis por nudos con elementos adicionales



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo.
Se desea obtener la potencia en la fuente de tensión dependiente.

$$V_G = -5 \text{ V}, I_S = 3 \text{ mA}, V_D = R I_2$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 2 \text{ k}\Omega, R_3 = 3 \text{ k}\Omega, R = 1 \text{ k}\Omega$$



Hay dos nudos esenciales.
Se elige el nudo o como referencia.

Las fuentes V_G y V_D imponen sus tensiones respectivas, pero las corrientes en ellas están determinadas por el resto del circuito. Ambas corrientes son iguales porque las fuentes están en serie; el sentido se elige arbitrariamente.

Ecuación de nudo

$$I_S = \frac{V_A}{R_2} - I_G$$

Al formular la ecuación de nudo hay que incluir la contribución de corriente debida a las fuentes de tensión

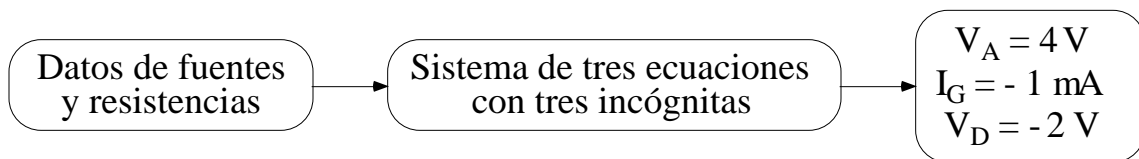
Hay que formular ecuaciones adicionales para los elementos *extraños*.

Fuente dependiente

$$V_D = RI_2 = R \left(-\frac{V_A - V_o}{R_2} \right) = -\frac{R}{R_2} V_A$$

Fuente independiente de tensión

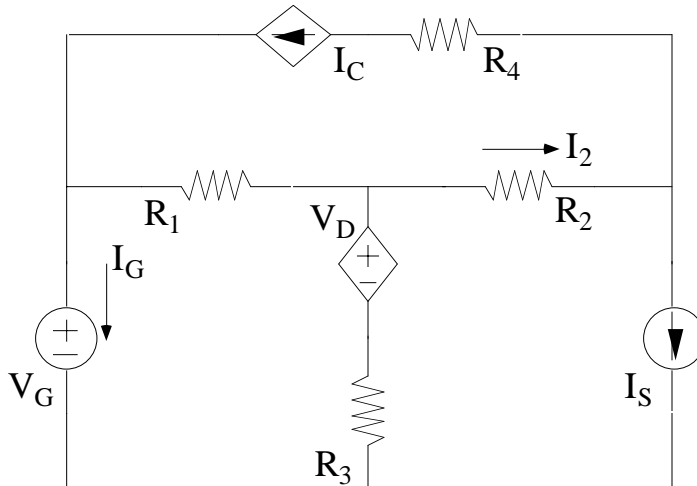
$$V_A = V_{A0} = V_A - V_o = V_D - R_1 I_G - V_G$$



$$P_D = - V_D I_G = - 2 \text{ mW}$$

Ejercicios de repaso

Continua/1



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo.

Se desea obtener los valores de las potencias en todos los elementos.

$$V_G = 2 \text{ V}, I_S = 5 \text{ mA}, V_D = R I_2, I_C = a I_G, R = 3 \text{ k}\Omega, a = 0.5$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega, R_2 = 1 \text{ k}\Omega, R_3 = 3 \text{ k}\Omega, R_4 = 10 \text{ k}\Omega$$

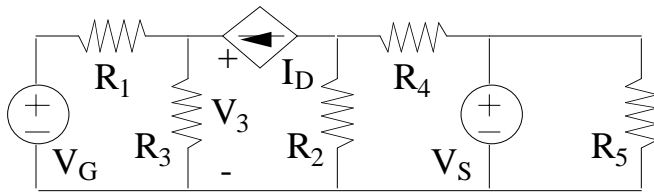
Soluciones

$$P_G = -2 \text{ mW}, P_S = -15 \text{ mW}, P_D = -54 \text{ mW}, P_C = 0 \text{ mW}$$

$$P_1 = 0.25 \text{ mW}, P_2 = 20.25 \text{ mW}, P_3 = 48 \text{ mW}, P_4 = 2.5 \text{ mW}$$

Obsérvese que la suma algebraica de las potencias en todos los elementos es nula, confirmando que se verifica el principio de conservación de la energía.

Continua/2



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo.

Se desea obtener el valor de la potencia en la fuente de tensión V_S .

$$V_G = 1.5 \text{ V}, V_S = 2.25 \text{ V}, I_D = gV_3, g = 0.5 \text{ S}$$
$$R_1 = 1 \text{ } \Omega, R_2 = 0.5 \text{ } \Omega, R_3 = 1 \text{ } \Omega, R_4 = 0.5 \text{ } \Omega, R_5 = 0.5 \text{ } \Omega$$

Solución

$$P_S = - 15.75 \text{ W}$$
