

Tema VI: Principio de superposición

1 Consideraciones generales

Las situaciones contempladas en los temas anteriores tienen en común el hecho de que en todas ellas las excitaciones presentes eran de la misma naturaleza; es decir, eran continuas o sinusoidales de la misma frecuencia¹. Ahora bien, cuando en un circuito coinciden excitaciones de naturaleza distinta ya no es posible aplicar directamente el análisis en régimen permanente continuo o el análisis fasorial. Así, si las excitaciones son AC, pero de frecuencias diferentes, hay que aplicar el principio de superposición; evidentemente, esta técnica sólo es aplicable cuando se hace referencia a circuitos lineales, como es el caso de todos los considerados en este texto. Y, si hay una combinación de excitaciones AC y DC, la determinación de la respuesta del circuito exige obtener una o más expresiones matemáticas (o sus correspondientes representaciones gráficas) que expresen la variación con el tiempo (expresiones temporales o instantáneas) de una o más magnitudes; implícitamente, la utilización del principio de superposición también está presente en esta técnica.

En las secciones que siguen se tratan por separado, empezando por el segundo, los dos casos genéricos a los que acabamos de aludir. En definitiva, el objetivo de este tema es presentar el análisis temporal de un circuito en el que la excitación es DC, AC o una combinación de ambas.

2 Elementos característicos del análisis temporal

Los elementos pasivos de los circuitos sometidos a análisis temporal tienen las características resumidas en la figura VI.1.

Como puede observarse, los elementos pasivos se tratan exactamente igual que en temas anteriores. La única excepción es que, al igual que en el caso de la determinación de la respuesta en frecuencia, no se tienen en cuenta los valores iniciales de los elementos reactivos si se produce un cambio en la excitación. Para ignorar estas condiciones, al parámetro IC correspondiente a cualquier elemento reactivo ha de dársele explícitamente un valor nulo; es decir, no es suficiente con dejar sin especificar el valor de dicho parámetro. Más consideraciones acerca de este particular pueden ser encontradas más adelante.

La excitación, como se muestra en la figura VI.2, se simboliza mediante dos fuentes independientes (una de tensión y otra de corriente); las fuentes dependientes tienen el mismo tratamiento que en temas anteriores. En cualquier caso se supone que tales fuentes independientes, cuyas características (designación, valor) se establecen de la misma forma que para otras fuentes, proporcionan excitaciones que se ajustan a la expresión matemática genérica

¹ En el caso de la respuesta en frecuencia evidentemente se contemplan excitaciones de distintas frecuencias (aunque siempre con el mismo módulo y la misma fase). Pero el tratamiento parte de la consideración de que en cada momento está aplicada únicamente una excitación de una sola frecuencia, con lo que la respuesta del circuito correspondiente a tal excitación puede ser obtenida aplicando el análisis fasorial y utilizando el concepto de impedancia. En otras palabras, en el caso de la determinación de la respuesta en frecuencia se supone que el régimen transitorio del circuito se extingue en un tiempo muy corto, con lo que cada vez que se cambia de frecuencia se establece el nuevo régimen permanente de forma prácticamente instantánea.

indicada en la misma figura. En ésta también se indican los significados de los distintos parámetros que aparecen en dicha expresión, los parámetros de PSpice representativos de tales parámetros y los valores permitidos para ellos en las situaciones consideradas en este texto (son posibles otros valores, pero nos limitaremos a considerar los mostrados en la figura VI.2).

Elementos pasivos en circuitos cuya respuesta temporal se desea obtener



Figura VI.1. Características de los elementos pasivos de los circuitos sometidos a análisis temporal.

Elementos activos en circuitos cuya respuesta temporal se desea obtener

Elemento	Código identificativo	Símbolo gráfico	Parámetro	Significado	Valores permitidos
Fuente independiente de tensión	VSIN		x_0	Nivel de continua	Cualquiera
Fuente independiente de corriente	ISIN		x_a	Amplitud de la componente sinusoidal	Cualquiera, > 0
			θ	Factor de atenuación de la componente sinusoidal	0 s^{-1}
			$f = 1/T$	Frecuencia de la componente sinusoidal	Cualquiera, > 0 Hz
			T	Periodo de la componente sinusoidal	Cualquiera, > 0 s
			t_0	Instante en el que aparece la componente sinusoidal	0 s
			φ	Fase de la componente sinusoidal	$-2\pi \text{ rad} \leq \varphi \leq 2\pi \text{ rad}$
			DC	Para activar el análisis en DC	0 No se realiza análisis en continua
			AC	Para activar el análisis en AC	1 Sólo se realiza análisis sinusoidal

x : corriente, tensión

$$x(t) = x_0 \quad t < t_0$$

$$x(t) = x_0 + x_a e^{-\theta(t-t_0)} \cos[2\pi f(t-t_0) + \varphi] \quad t \geq t_0$$

Figura VI.2. Características de los elementos activos de los circuitos sometidos a análisis temporal.

En otras palabras, puede decirse que la excitación tiene una componente continua, que está presente durante todo el tiempo, y una componente variable con el tiempo, que sólo aparece a partir de un instante determinado. Ese instante es el tiempo $t_0=0$ s de acuerdo con las restricciones que hemos impuesto a las fuentes. La componente variable con el tiempo es del tipo sinusoidal, pero afectada por un factor de atenuación que hace que aquella desaparezca para un valor del tiempo suficientemente elevado. Con la restricción que hemos impuesto al respecto para los casos considerados en este texto la atenuación no está presente y la componente sinusoidal llega a alcanzar un régimen permanente, en el que se mantiene indefinidamente.

Con relación a las características de los elementos activos conviene tener en cuenta las siguientes observaciones adicionales:

- La corriente entra en la fuente de corriente por el terminal marcado con el signo +.
- Los parámetros que definen la función representativa de la excitación se establecen a través de un cuadro de diálogo como el mostrado en la figura. El cuadro se activa al pulsar dos veces sobre el símbolo representativo de la fuente.
- No se realiza ningún análisis específico para determinar el comportamiento del circuito bajo la excitación continua. Sin embargo, al realizar el análisis del comportamiento provocado por la componente sinusoidal de la excitación la influencia de la componente continua está presente de forma implícita.
- No se indican medidores específicos para el análisis temporal puesto que el resultado del mismo es presentado en forma gráfica con ayuda del módulo *Probe*, para el cual son de aplicación las consideraciones indicadas en las secciones 3 y 4 del tema III.

3 Definición de las condiciones del análisis temporal

Las condiciones en las que ha de realizarse un determinado análisis temporal se establecen por medio de los cuadros de diálogo representados en la figura VI.3.

Definición de las condiciones del análisis temporal

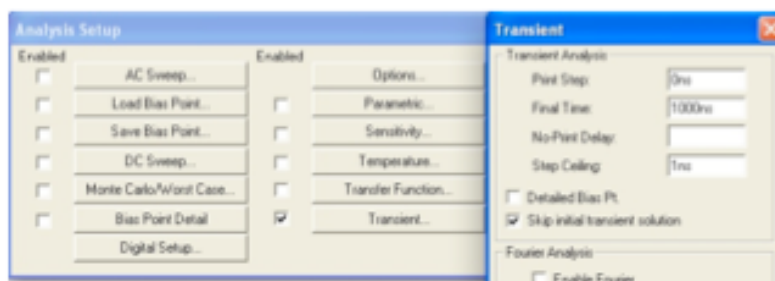


Figura VI.3. Cuadros de diálogo para definir las condiciones del análisis temporal.

En principio las condiciones se fijan de la misma forma que en el caso del análisis transitorio. Sin embargo, hay que tener en cuenta dos detalles particulares, de los que pasamos a hablar.

El primero es que, al contrario de lo que ocurría en el caso del análisis en régimen transitorio, hay que asignar un valor al parámetro `Step Ceiling`. Este parámetro está relacionado con los intervalos en los que el programa calcula la función a representar. Si no se indica un valor para este parámetro o si se le proporciona un valor excesivamente alto, el programa evalúa la función a representar en pocos puntos e interpola gráficamente entre ellos, con lo que la representación puede resultar muy distorsionada. Por otro lado, un valor excesivamente bajo del parámetro implica que se emplea un tiempo excesivo en el cálculo. Una indicación práctica es adjudicar a este parámetro un valor comprendido entre la milésima y la centésima parte del tiempo especificado para concluir el análisis (representado por el parámetro `Final Time`).

El segundo detalle importante es que hay que activar la casilla `Skip initial transient solution`. En principio, y dado que el análisis incluye una parte destinada a la evaluación del régimen transitorio que se produce al aplicar bruscamente la excitación sinusoidal en el instante t_0 , el programa ha de determinar las condiciones iniciales del régimen transitorio. Pero éste no es un objetivo considerado en este texto, en el que únicamente interesa determinar las características del régimen permanente resultante de la aplicación simultánea de las excitaciones continua y sinusoidal. Realizando la operación indicada al comienzo de este párrafo se evita la influencia de las condiciones iniciales. Por el mismo motivo se asignan valores nulos a los parámetros `IC` correspondientes a los elementos reactivos, tal y como se indicó en la figura VI.1. Ahora bien, que no se considere explícitamente el régimen transitorio no implica que éste no exista; tan sólo significa que el programa no calcula las condiciones que existían justamente antes de que se iniciara el transitorio.

Una ilustración del significado de estos conceptos es la mostrada en la figura VI.4. Como puede observarse, la excitación del circuito es la superposición de una componente continua y una componente sinusoidal, lo cual impide la utilización de los conceptos de fasor e impedancia, típicos del análisis fasorial, para analizar el circuito. Mientras estaba aplicada únicamente la componente DC la tensión en la capacidad, por ejemplo, era nula, ya que el elemento impide el paso de dicha componente hacia la malla derecha del circuito. Al aplicar la componente AC se establece un régimen transitorio, que dura aproximadamente 30-40 μs , como puede verse en las gráficas izquierda y central de la última línea de la figura VI.4. De hecho, puesto que estamos interesados únicamente en la parte permanente de la respuesta temporal, podríamos prescindir de la representación de ese intervalo inicial; eso precisamente es lo que se hace en la gráfica derecha. Esta característica del análisis hace que haya que poner un cuidado especial en la asignación de un valor al parámetro `Final Time`; este valor ha de ser lo suficientemente elevado como para permitir la observación del régimen permanente, pero no tanto como para alargar excesivamente el tiempo de cálculo. Por otro lado, si recordamos que no analizamos explícitamente el comportamiento del circuito bajo la excitación continua, pero que ésta es tenida en cuenta de modo implícito, puede verse que esta circunstancia es evidente en el caso de $i_L(t)$, cuya variación temporal está condicionada por la existencia de dos excitaciones diferentes. Finalmente, puede observarse que, tal y como se establece en la TCC, la

potencia varía con el tiempo con una frecuencia que es el doble de la correspondiente a la excitación sinusoidal¹.

Análisis temporal de un circuito con superposición de excitaciones

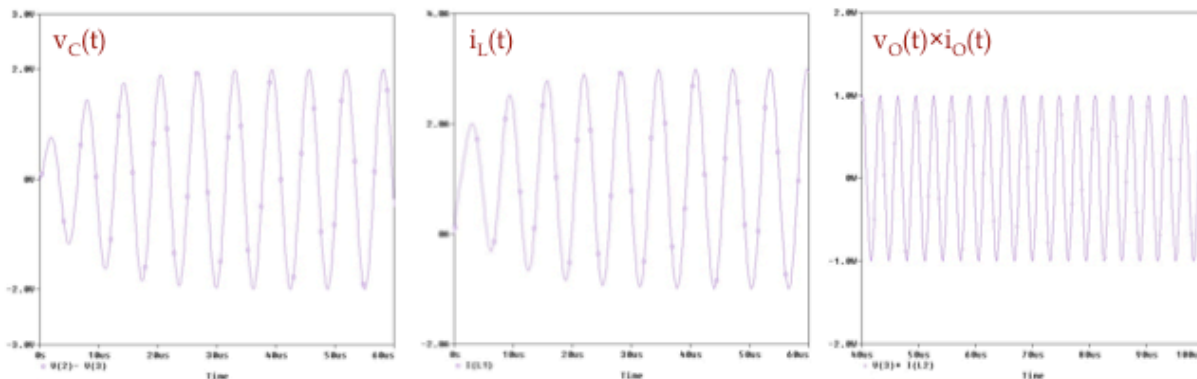
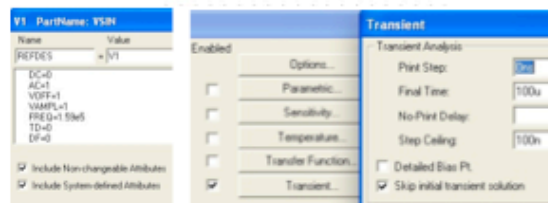
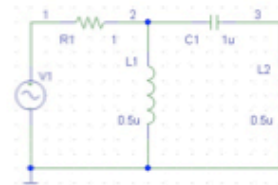
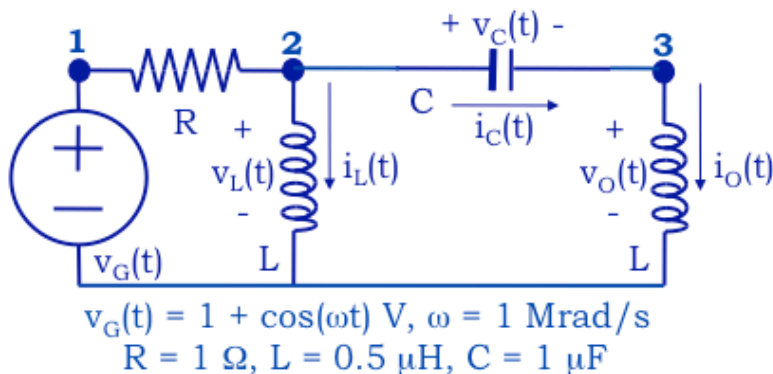


Figura VI.4. Ejemplo de análisis temporal en un circuito al que se aplica una excitación consistente en la superposición de una señal continua y otra sinusoidal.

4 Superposición de excitaciones sinusoidales

PSpice no dispone de la posibilidad de incluir en una sola fuente dos o más excitaciones sinusoidales con frecuencias diferentes. Para cubrir esta laguna existen dos posibilidades:

- Construir varios circuitos independientes, aunque todos ellos conectados al mismo nudo de tierra, de forma que cada excitación sea asignada a uno de tales circuitos. Tras el análisis se solicita, en el módulo *Probe*, la representación de la suma de los valores de la magnitud pedida en cada circuito. Puede observarse que esta solución no es más que la aplicación directa del principio de superposición.
- Construir un único circuito en el que las distintas excitaciones son asignadas a fuentes diferentes, que se disponen en serie en el caso de generadores de tensión, y

¹ Se anima al lector a calcular la frecuencia de la potencia instantánea a partir de la gráfica derecha y a comprobar que es el doble de la indicada para la excitación sinusoidal.

en paralelo en el caso de generadores de corriente. En este caso, en el módulo *Probe* se obtiene directamente la representación de la variable de interés.

La figura VI.5 ilustra, de modo simultáneo, la aplicación de las dos posibilidades que acabamos de mencionar. Como puede observarse, se trata de un circuito en el que la excitación global es la suma de dos excitaciones sinusoidales de distintas frecuencias; de nuevo, esta circunstancia impide la utilización de los conceptos de fasor e impedancia.

Análisis temporal de un circuito con superposición de excitaciones sinusoidales

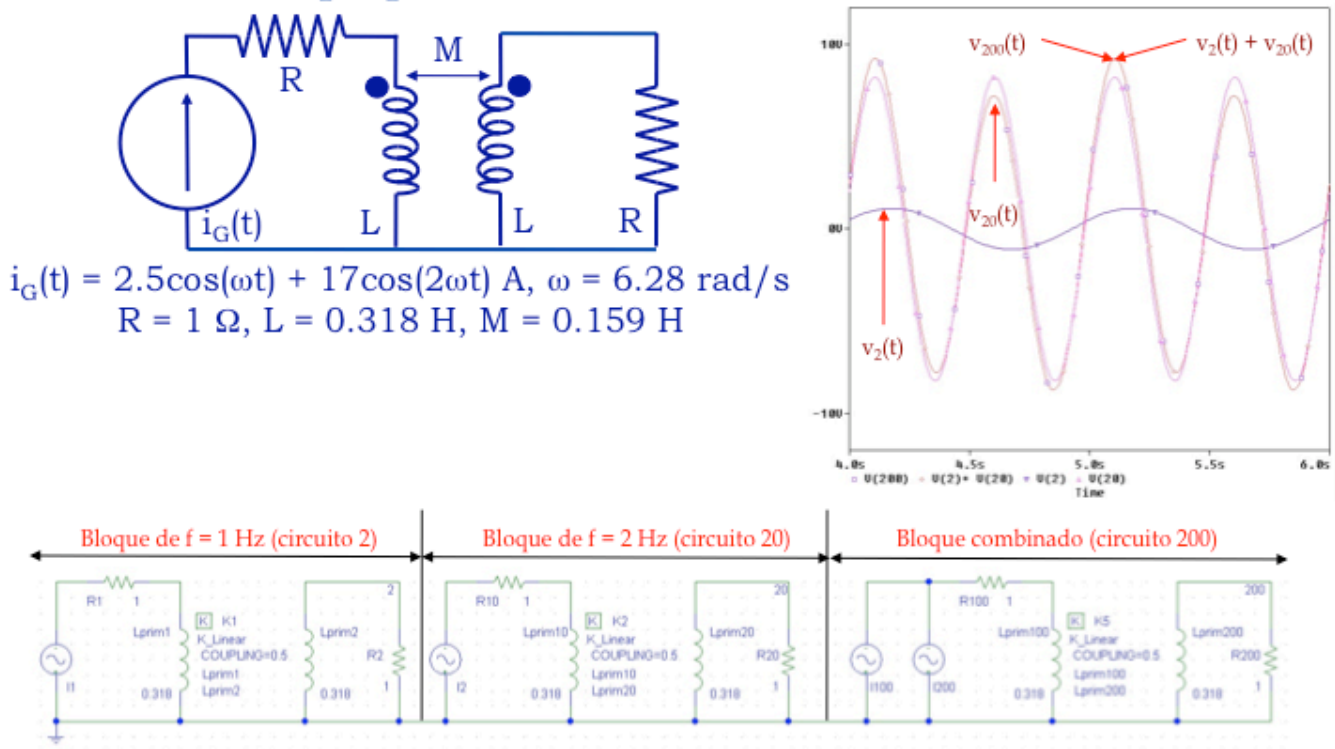


Figura VI.5. Distintas técnicas para la realización de análisis temporales relativos a circuitos con dos o más excitaciones sinusoidales de distintas frecuencias.

La primera posibilidad consiste en considerar que el circuito está sometido a las dos excitaciones por separado. Se tienen así dos bloques (designados por las numeraciones asignadas a los nudos de las mallas derechas; 2, 20)) que son idénticos al circuito original con la salvedad de que cada uno de ellos contiene una única excitación. El circuito combinado resultante de la agrupación de ambos bloques puede ser analizado aplicando lo que se ha dicho más arriba para el análisis temporal. La tensión que interesa (la correspondiente a la resistencia de la malla del secundario) es la suma de las tensiones equivalentes en los bloques individuales, tal y como se muestra en la figura VI.5.

La segunda posibilidad consiste en redibujar el circuito original de modo que cada una de las excitaciones sea asignada a una fuente diferente. Se obtiene así el bloque 200. Aplicando a

éste la técnica del análisis temporal puede obtenerse la gráfica correspondiente a la tensión en la resistencia de la malla del secundario (v_{200}), llegándose al resultado indicado en la figura VI.5.

En la figura se comparan los resultados obtenidos utilizando ambas posibilidades y puede observarse que no hay ninguna diferencia entre ellos.

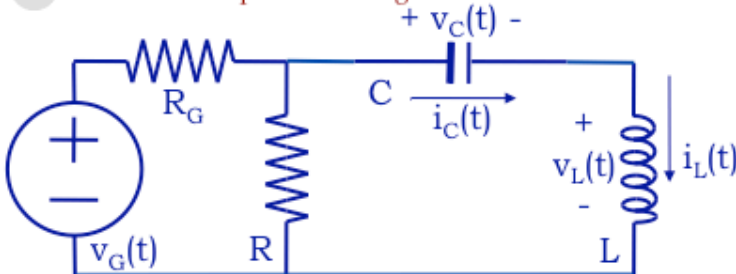
En la figura se ha representado únicamente un intervalo temporal en el que ya está establecido el régimen permanente. Obsérvese que en éste no todas las sinusoides tienen la misma amplitud, lo cual se debe a la presencia de dos fuentes con frecuencias diferentes. Sin embargo, la secuencia de sinusoides se repite periódicamente, con lo que está justificada la afirmación de que la representación corresponde al régimen permanente. Nótese también que las fuentes han sido dibujadas con el terminal marcado con + hacia abajo; ello se debe a que se ha preferido que la corriente salga de ellas por sus partes superiores.

5 Ejercicios propuestos

En la figura VI.6 se proponen dos ejercicios relativos al análisis temporal. Es conveniente que el lector intente resolverlos para comprobar hasta qué punto ha asimilado los contenidos de este tema.

Ejercicios propuestos

- 1 Obtened la representación gráfica de la variación de la tensión en la capacidad con el tiempo.

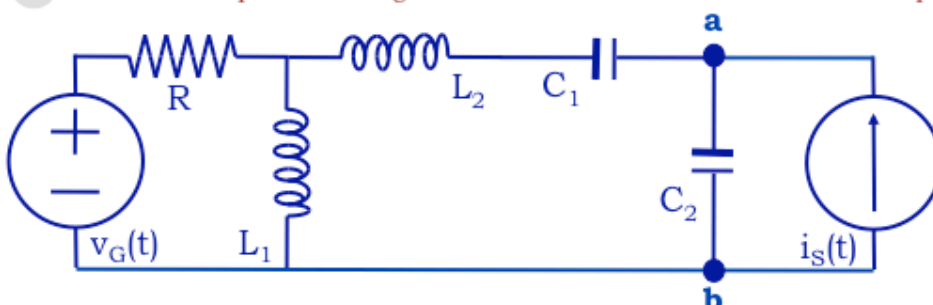


$$v_G(t) = 2 + 2\cos(\omega t) \text{ V}, \quad \omega = 4 \text{ Mrad/s}$$

$$R_G = 1 \text{ } \Omega = R$$

$$C = 0.25 \text{ } \mu\text{F}, \quad L = 0.25 \text{ } \mu\text{H}$$

- 2 Obtened la representación gráfica de la variación de la tensión entre los puntos a y b con el tiempo.



$$v_G(t) = \cos(\omega_G t) \text{ V}, \quad \omega_G = 1 \text{ Mrad/s}$$

$$i_S(t) = 4\cos(\omega_S t), \quad \omega_S = 2 \text{ Mrad/s}$$

$$R = 1 \text{ } \Omega$$

$$L_1 = 1 \text{ mH}, \quad L_2 = 1 \text{ } \mu\text{H}$$

$$C_1 = 1 \text{ } \mu\text{F}, \quad C_2 = 1 \text{ } \mu\text{F}$$

Figura V.6. Ejercicios propuestos sobre el análisis temporal de circuitos en los que se verifica el principio de superposición.