Tema I:
Introducción

Magnitudes fundamentales y derivadas
Elementos y relaciones funcionales
Leyes de Kirchhoff
Simplificaciones del análisis
Análisis por mallas
Análisis por nudos

- Los contenidos de este tema son aplicables a circuitos lineales analógicos funcionando en cualquier tipo de régimen.
- Sin embargo, para facilitar la exposición, en la mayoría de los ejemplos se considerarán únicamente circuitos funcionando en régimen permanente continuo (DC: *direct current*).

En general, el funcionamiento de cualquier circuito eléctrico o electrónico está regido por las ecuaciones de Maxwell (1864).

Ecuaciones de Maxwell	Significado de los símbolos
$\nabla.\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$	$\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$: vectores campo eléctrico y campo magnético
$\nabla.\mathbf{B} = 0$	$\nabla.$, $\nabla\times$: operadores divergencia y rotacional
$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	t : tiempo
$\nabla \times \mathbf{B} = \mu\varepsilon\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu\mathbf{J}$	ρ, $\mathbf{J}$: densidades de carga y corriente eléctrica
	ε, μ : constantes dieléctrica y magnética

Salvo en casos excepcionales, no se utilizan directamente las ecuaciones de Maxwell para analizar (*resolver*) o diseñar circuitos eléctricos y electrónicos.

Las ecuaciones de Maxwell mostradas en la diapositiva no incluyen la corrección de Lorentz (efectos relativistas).

Tanto los campos como la densidad de corriente, la densidad de carga y las constantes dieléctrica y magnética varían de unos puntos a otros del espacio. Los campos, además, lo hacen con el tiempo.

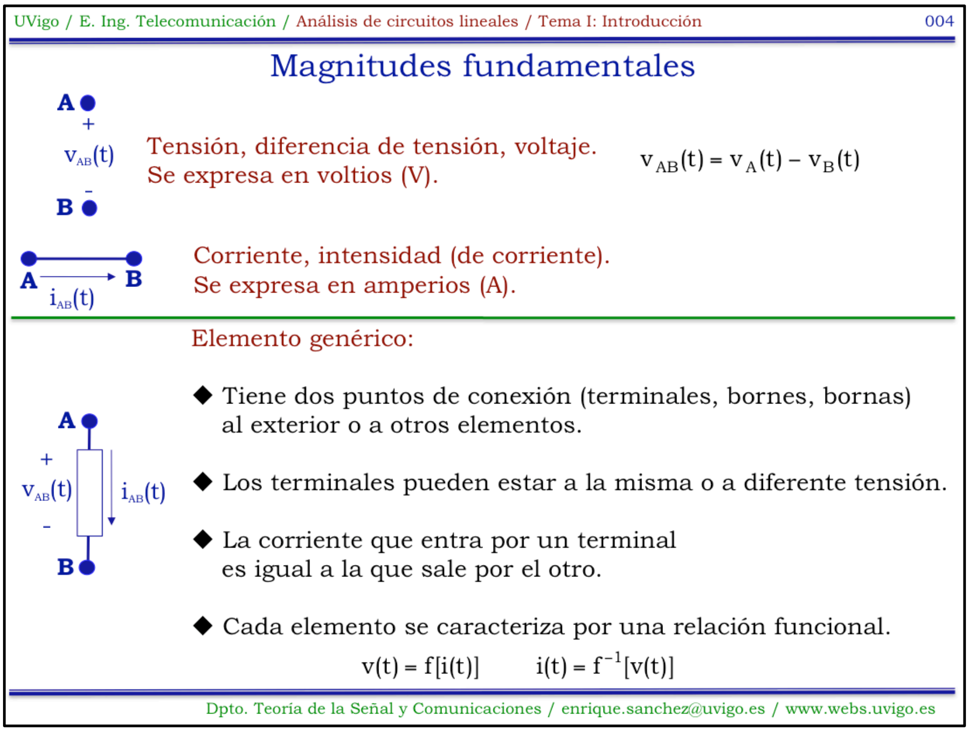
James Clerk Maxwell (1831-1979) fue un físico teórico escocés que ejerció como profesor en el King's College de Londres y la Universidad de Cambridge, además de en otras instituciones. Dedicado fundamentalmente al estudio de los fenómenos electromagnéticos, resumió sus logros en diversos libros, entre los que destaca *A treatise on electricity and magnetism* (Clarendon Press, Oxford, Reino Unido, 1873). Véase, por ejemplo, http://en.wikipedia.org/wiki/James_Clerk_Maxwell.

Hendrik Antoon Lorentz ((1853-1928) fue un físico holandés que ejerció como profesor en la Universidad de Leiden (Holanda). Es conocido fundamentalmente por haber formulado la transformación que lleva su nombre, usada posteriormente por Albert Einstein en su descripción del espacio-tiempo. Recibió el Premio Nobel de Física en 1902 (compartido con Peter Zeeman). Véase, por ejemplo, http://en.wikipedia.org/wiki/Hendrik_Lorentz.

El *análisis de circuitos* es una aproximación a las ecuaciones de Maxwell que es aplicable cuando las dimensiones geométricas de aquéllos son mucho menores que las longitudes de onda de las señales que soportan (frecuencias relativamente bajas, < 1 GHz).

En el análisis de circuitos

- No se consideran las dimensiones físicas de los elementos del circuito.
- No se opera con campos, sino con magnitudes fundamentales y derivadas.
- Todas las magnitudes pueden variar con el tiempo (t).
  Se expresa en segundos (s).
- El sistema electromagnético se describe como un conjunto de elementos activos (fuentes o generadores) y pasivos (resistores, inductores, capacitores).



La disposición de los signos + y – asociados a la tensión se denomina *polaridad*. En un elemento dado, la polaridad y el sentido de la corriente pueden estar fijados por la persona que plantea el problema, o bien quedar al libre albedrío de la persona encargada de resolverlo.

En un elemento cambiar la polaridad o el sentido de la corriente implica cambiar el signo de la magnitud correspondiente.

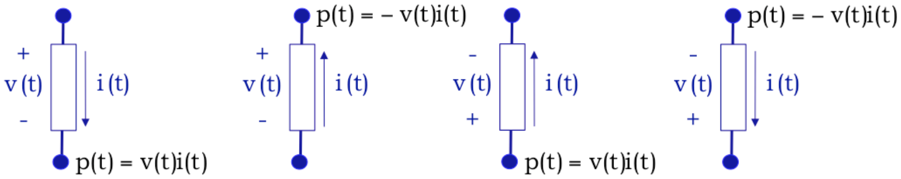
La diferencia de tensión está relacionada con la energía necesaria para alejar o acercar cargas eléctricas de igual o distinto signo. No tiene sentido hablar de la tensión en un punto, sino de la diferencia de tensión entre dos puntos.

La intensidad de la corriente es la cantidad de carga eléctrica que pasa por una región determinada del espacio en la unidad de tiempo.

La denominación *voltio* (*volt*) es un homenaje a Alessandro Giuseppe Antonio Anastasio Volta (1745-1827), físico italiano conocido principalmente por haber desarrollado la pila eléctrica en 1800 (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Alessandro_Volta). La denominación *amperio* (*ampere*) es un homenaje a André-Marie Ampère (1755-1836), matemático y físico francés que inventó el primer telégrafo eléctrico y el electroimán (junto con François Arago) y formuló en 1827 una teoría del electromagnetismo (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Ampére).

Magnitudes derivadas

La potencia es el producto de la corriente por la tensión,
precedida de un signo que depende de la relación
entre los signos de la tensión (*polaridad*) y de la corriente (*sentido*).
Se expresa en watios (W).



El signo previo es + si la corriente *entra* por el terminal positivo en tensión.

$p(t) > 0$ W ⇒ elemento absorbe energía
$p(t) < 0$ W ⇒ elemento libera energía

La energía es la potencia total consumida o liberada en un intervalo.
Se expresa en julios (J).

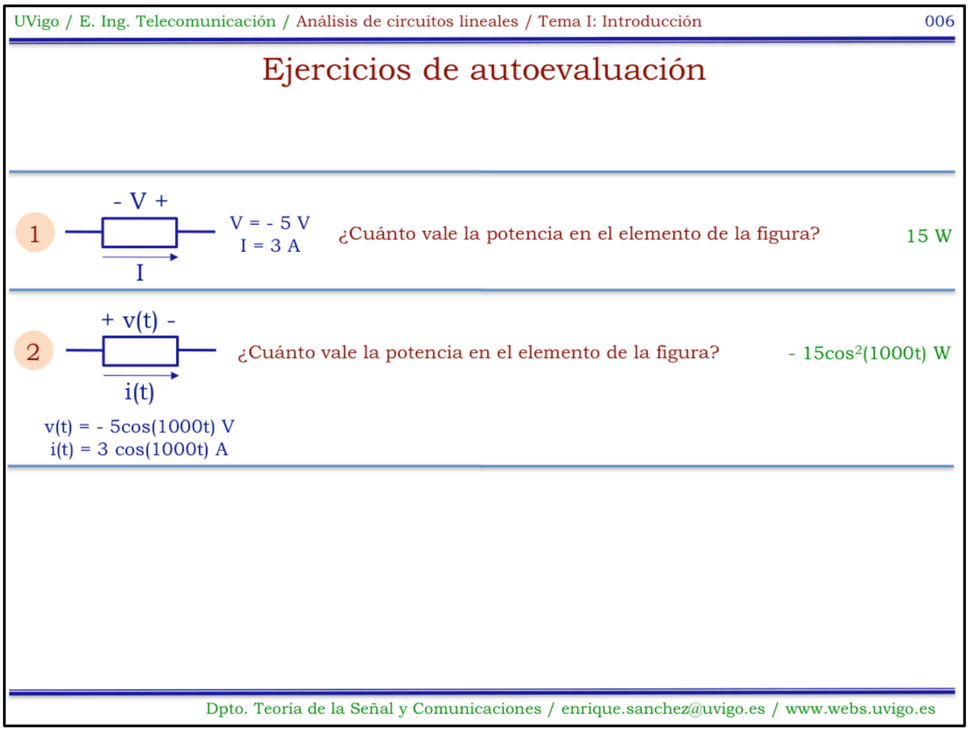
$$w_1^2 = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt$$

Otra unidad de potencia es el caballo de vapor (hp, de *horsepower*) que, dependiendo del criterio que se utilice para definirlo, vale entre 735.5 y 750 W.

Otra unidad de energía es el kilowatio-hora (KWh), que vale 3.6 MJ.

Estas unidades no son las establecidas oficialmente en el Sistema Internacional de Unidades.

La denominación *watio* (*watt*) es un homenaje a James Watt (1736-1819), matemático e ingeniero escocés conocido principalmente por haber inventado la máquina de vapor, patentada en 1784 (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/James_Watt). La denominación *julio* (*joule*) es un homenaje a James Prescott Joule (1818-1889), físico inglés conocido por sus investigaciones en electricidad, termodinámica y energía (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/James_Prescott_Joule).



Los símbolos que denotan tensiones, corrientes y potencias continuas suelen estar escritos con letras mayúsculas; los que se refieren a magnitudes variables con el tiempo, con letras minúsculas.

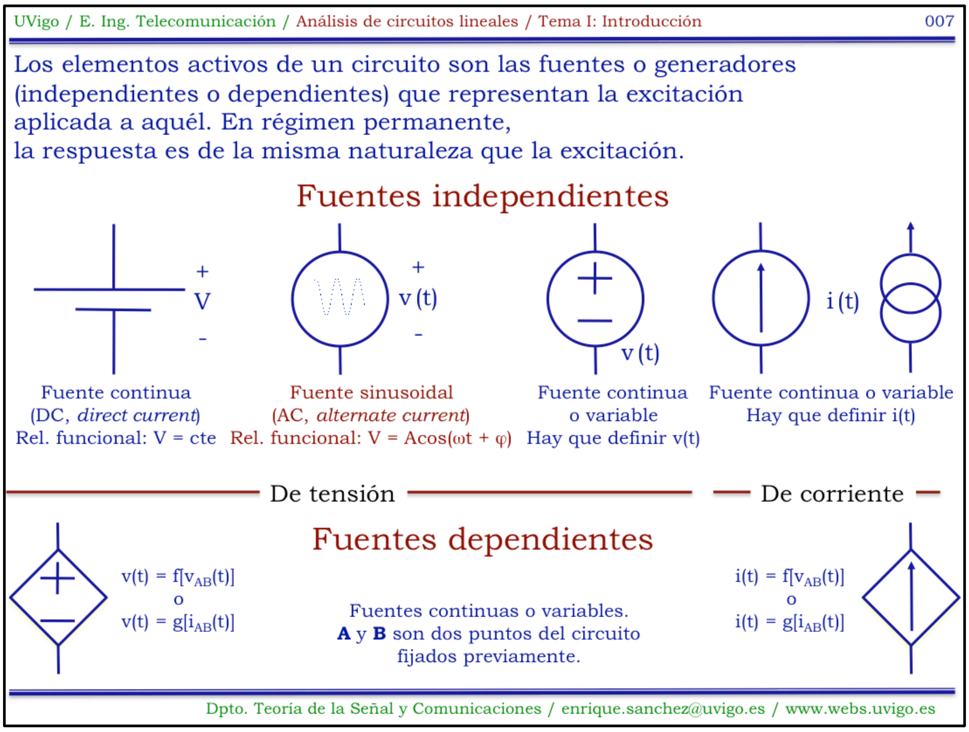
1. **Solución**.
   Las magnitudes son continuas porque no hay indicación explícita de que varíen con el tiempo.
   Puesto que la corriente entra en el elemento por el terminal marcado con el signo menos, la potencia está dada por

$$P = - VI = -(-5)\times 3 = 15 \text{ W}$$

2. **Solución**.
   Las magnitudes varían con el tiempo.
   Puesto que la corriente entra en el elemento por el terminal marcado con el signo más, la potencia está dada por

$$p(t) = v(t)i(t) = -5\cos(1000t)\times 3\cos(1000t) = - 15\cos^2(1000t) \text{ W}$$

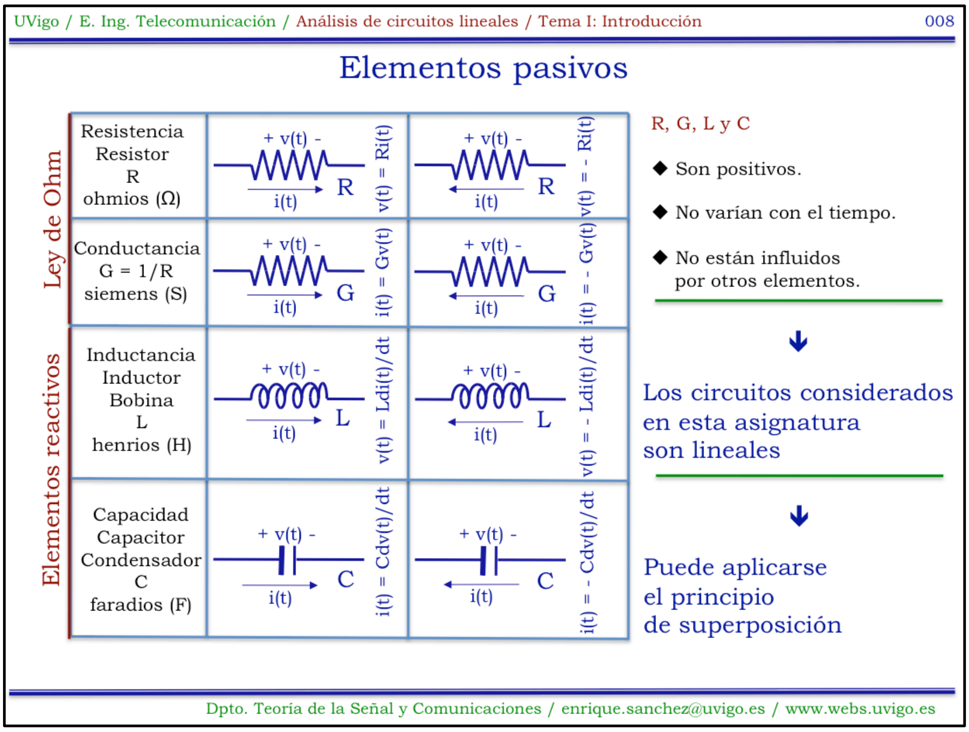
   En realidad la respuesta no es un valor concreto, sino una expresión matemática que permite calcular cuánto vale la potencia en un instante dado (es decir, para un valor específico del tiempo). A este tipo de expresiones se las conoce con el nombre genérico de *expresión temporal* o *expresión instantánea*.



Una fuente independiente de tensión se caracteriza porque *impone* su tensión en sus extremos, con independencia de los elementos que se conecten a ellos. La corriente que proporciona depende de los valores de tales elementos.

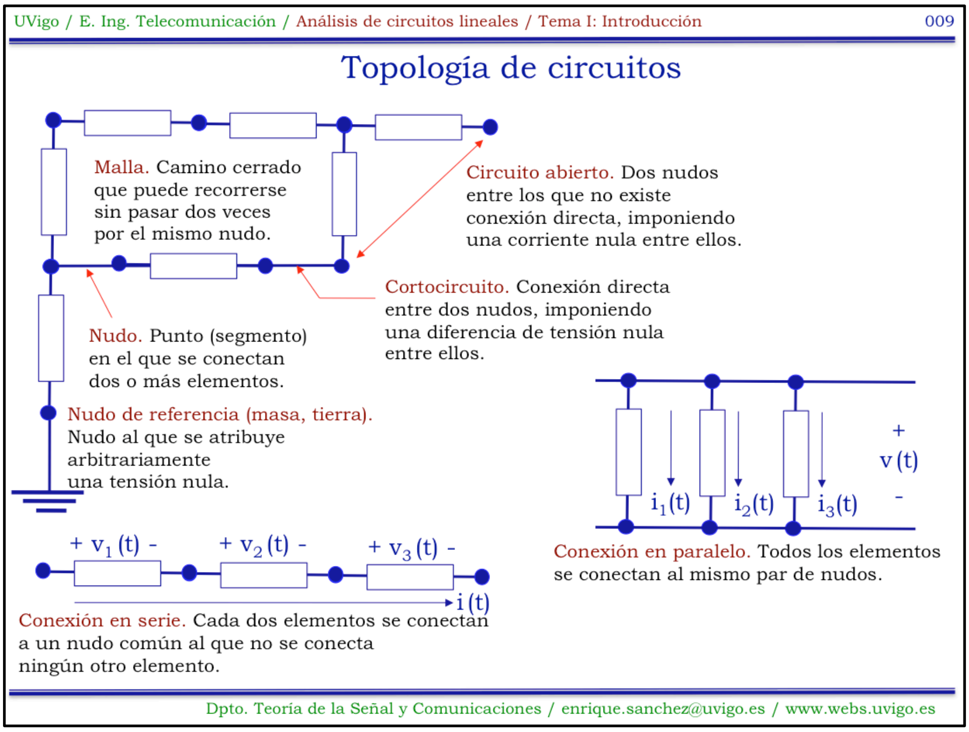
Una fuente independiente de corriente se caracteriza porque *impone* su corriente a los elementos conectados a sus terminales. La tensión entre sus extremos depende de los valores de tales elementos.

Consideraciones similares se aplican a las fuentes dependientes, si bien primero hay que calcular las corrientes o tensiones que proporcionan.



La bobina y el condensador son elementos que presentan propiedades inductivas y capacitivas, respectivamente. No son los únicos elementos que presentan tales propiedades. Sin embargo, su utilización es mayoritaria en circuitos destinados a funcionar en régimen permanente continuo o en régimen permanente sinusoidal a frecuencias relativamente bajas. De ahí que sea común, aunque incorrecta, la utilización de los términos *bobina* y *condensador* para designar cualquier elemento que presente una u otra de las propiedades aludidas.

La denominación *ohmio* (*ohm*) es un homenaje a Georg Simon Ohm (1789-1854), físico y matemático alemán conocido principalmente por su investigación sobre la corriente eléctrica, a propósito de la cual formuló la ley que lleva su nombre (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Georg_Simon_Ohm). La denominación *siemens* (*siemens*) es un homenaje a Ernst Werner von Siemens (1816-1892), inventor alemán interesado en la electrotecnia (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Werner_von_Siemens). La denominación *henrio* (*henry*) es un homenaje a Joseph Henry (1797-1878), físico estadounidense interesado en el electromagnetismo, que descubrió, independientemente de Faraday, el fenómeno de inducción electromagnética (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Joseph_Henry). La denominación *faradio* (*farad*) es un homenaje a Michael Faraday (1791-1867), físico inglés descubridor del fenómeno de la inducción electromagnética con anterioridad al trabajo de Henry (véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/ Michael_Faraday).



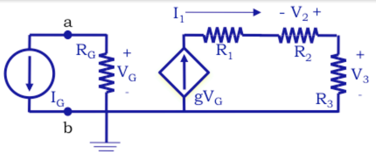
Se denominan *nudos esenciales* aquéllos en los que se conectan tres o más elementos. Se denomina *rama* al camino que conecta dos nudos esenciales.

Con la atribución arbitraria de una tensión nula al nudo de tierra puede utilizarse (sólo a nivel matemático) la hipótesis de que cada uno de los nudos restantes tiene una tensión propia, que coincide (en términos físicos) con la diferencia de tensión entre dicho nudo y el de tierra.

Las corrientes que circulan por distintos elementos agrupados en serie son todas iguales entre sí.

Las tensiones en distintos elementos agrupados en paralelo son todas iguales entre sí.

Ejercicios de autoevaluación



El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo (todas las tensiones y corrientes permanecen constantes con el tiempo).
Datos: I_G, R_G, R_1, R_2, R_3 y g.

1	¿Cuánto vale la tensión V_G?	$- I_G R_G$
2	¿Cuánto vale la corriente I_1?	$- g I_G R_G$
3	¿Cuánto vale la tensión V_2?	$g I_G R_G R_2$
4	¿Cuánto vale la tensión V_3?	$- g I_G R_G R_3$
5	¿Cuánto vale la tensión entre a y b?	$- I_G R_G$

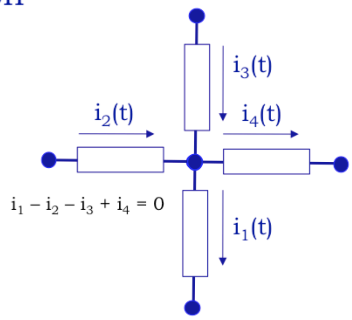
1. **Solución**.
   La fuente independiente impone su corriente a los elementos conectados a ella. Luego por R_G circula una corriente de valor I_G. Aplicando la ley de Ohm se tiene
   $$V_G = - I_G R_G$$
2. **Solución**.
   La fuente dependiente impone su corriente a los elementos conectados a ella. Luego por R_1 circula dicha corriente, que es
   $$I_1 = gV_G = - g I_G R_G$$
3. **Solución**.
   La corriente que circula por una agrupación de elementos en serie es la misma en todos los elementos. Luego la corriente que circula por R_2 es I_1, con lo que
   $$V_2 = - R_2 I_1 = g I_G R_G R_2$$
4. **Solución**.
   Procediendo como en la cuestión anterior se tiene
   $$V_3 = R_3 I_1 = - g I_G R_G R_3$$
5. **Solución**.
   Es la tensión de circuito abierto entre los dos puntos. Coincide (al margen del signo) con las que hay en la fuente y la resistencia, ya que estos elementos están en paralelo. Si la polaridad coincide con la de la tensión en la resistencia,
   $$V_{ab} = V_G = - I_G R_G$$

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Tema I: Introducción 011

Leyes de Kirchhoff

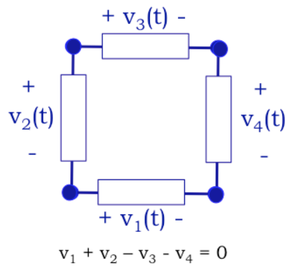
Ley de las corrientes en los nudos.
La suma algebraica de las corrientes en un nudo es nula (un sentido lleva el signo + y el otro, el signo -).

$$\sum_{j=1}^{n} i_j = 0$$



Ley de las tensiones en las mallas.
La suma algebraica de las tensiones en una malla es nula (una polaridad lleva el signo + y la otra, el signo -).

$$\sum_{j=1}^{n} v_j = 0$$



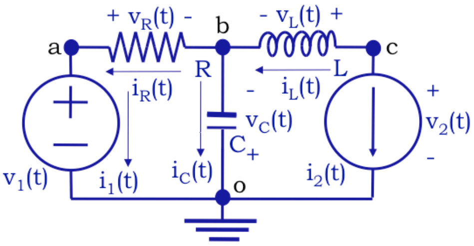
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

Al aplicar la ley de Kirchhoff de las corrientes en los nudos se obtiene el mismo resultado tanto si se consideran positivas las corrientes entrantes en un nudo y negativas las salientes, como si se consideran positivas las corrientes salientes y negativas las entrantes. La elección del criterio de signos puede variar de un nudo a otro en el mismo circuito.

Al aplicar la ley de Kirchhoff de las tensiones en las mallas se obtiene el mismo resultado tanto si se consideran positivas las polaridades que van en el sentido de las agujas del reloj (positivo arriba o a la derecha), como si las que se consideran positivas son las que van en el sentido contrario al de las agujas del reloj (positivo abajo o a la izquierda). La elección del criterio de signos puede variar de una malla a otra en el mismo circuito.

Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) fue un físico prusiano, que ejerció como profesor en distintas universidades alemanas. Su trabajo científico se relacionó fundamentalmente con los circuitos eléctricos y la espectroscopia. Inventó el espectroscopio y formuló las leyes de la electricidad que llevan su nombre. Véase, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Kirchhoff.

La resolución de un circuito pasa por hallar las corrientes y/o las tensiones en todos o algunos de sus elementos.
Se realiza aplicando las leyes de Kirchhoff
y teniendo en cuenta las relaciones funcionales.



Datos:

- Parámetros de los elementos pasivos: R, L, C.
- Relaciones funcionales de las fuentes: v_1, i_2.

Incógnitas: i_1, v_R, i_R, v_C, i_C, v_L, i_L, v_2.

Ley de los nudos.

Hay cuatro, pero sólo se aplica a tres; el cuarto es redundante.

Nudo a: $i_1 - i_R = 0$

Nudo b: $i_R + i_C - i_L = 0$

Nudo c: $i_L + i_2 = 0$

Ley de las mallas.

Hay tres, pero sólo se aplica a dos; la tercera es redundante.

Malla abcoa: $v_1 - v_R + v_L - v_2 = 0$

Malla bcob: $v_L - v_2 - v_C = 0$

Relaciones funcionales:

$v_R = - Ri_R$

$v_L = Ldi_L/dt$

$i_C = - Cdv_C/dt$

Hay demasiadas ecuaciones.
Algunas son integro-diferenciales.

Al aplicar la ley de los nudos, el nudo de tierra se hace coincidir con el redundante.

Ha de elegirse un nudo esencial para representar la función de nudo de tierra. Entre los nudos esenciales, cualquiera puede elegirse como referencia. Es habitual elegir aquél al que se conectan más elementos; de este modo, no hay que formular la ecuación que tiene más términos.

Simplificaciones

(se deducen de las leyes de Kirchhoff)

Elementos en serie

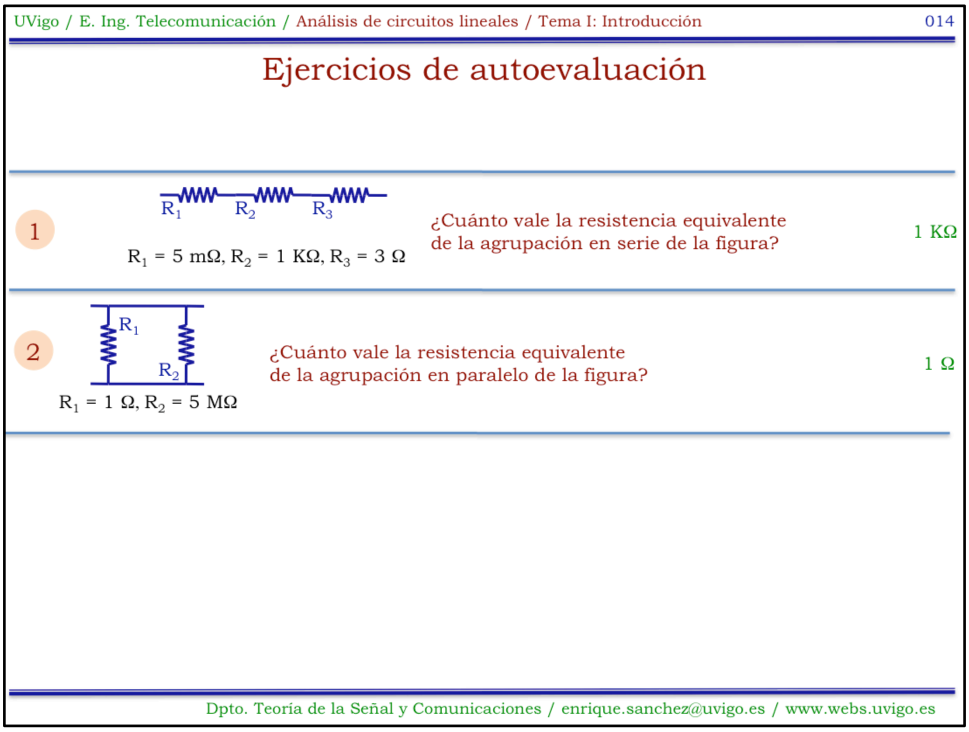
Fuentes de tensión independientes	Resistencias	Inductancias	Capacidades
$v_{eq}(t) = \sum v_j(t)$	$R_{eq} = \sum R_j$	$L_{eq} = \sum L_j$	$1/C_{eq} = \sum(1/C_j)$
La suma es algebraica			

Elementos en paralelo

Fuentes de corriente independientes	Resistencias	Inductancias	Capacidades
$i_{eq}(t) = \sum i_j(t)$	$1/R_{eq} = \sum(1/R_j)$	$1/L_{eq} = \sum(1/L_j)$	$C_{eq} = \sum C_j$
La suma es algebraica			

$$R_1 // R_2 = R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

- La resistencia equivalente es menor que las otras dos.
- Si una resistencia es mucho mayor que la otra, la equivalente es aproximadamente igual a la segunda.
- Si las dos resistencias son iguales, la equivalente es la mitad.



1. **Solución**.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 5\times10^{-3} + 10^3 + 3 \approx 10^3\ \Omega$$

En la agrupación en serie, si una de las resistencias es mucho mayor que las restantes, la resistencia equivalente es aproximadamente igual a dicha resistencia.

2. **Solución**.

$$R_{eq} = \frac{1\times5\times10^6}{1+5\times10^6} \approx \frac{5\times10^6}{5\times10^6} = 1\ \Omega$$

En la agrupación en paralelo de dos resistencias, si una de ellas es mucho menor que la otra, la resistencia equivalente es aproximadamente igual a la primera.
El caso extremo de esta situación es aquél en el que un cortocircuito está en paralelo con una resistencia de valor no nulo. De acuerdo con lo que se acaba de indicar, la resistencia equivalente es un cortocircuito (que equivale a una resistencia nula). Eso significa que toda la corriente que llegue a la agrupación circulará exclusivamente por el cortocircuito; de lo contrario, habría una tensión en la resistencia, que debería ser igual a la del cortocircuito por tratarse de elementos en paralelo. Pero esto contradice la propiedad fundamental de un cortocircuito que es la de que su tensión sea nula. En consecuencia, la resistencia en paralelo es como si no estuviera.

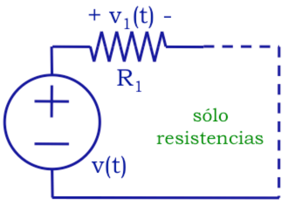
En este texto se considerará que una cantidad es mucho mayor que otra cuando su valor es 2-3 órdenes de magnitud mayor.

Simplificaciones

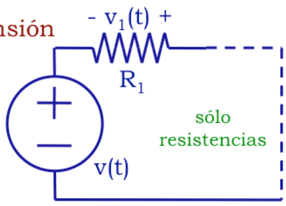
(se deducen de las leyes de Kirchhoff)

Divisores

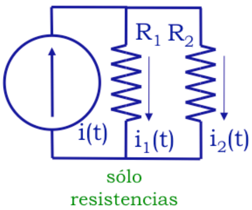
De tensión



$$v_1(t) = \frac{R_1}{\sum R} v(t)$$

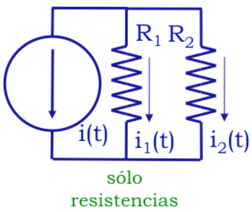


$$v_1(t) = -\frac{R_1}{\sum R} v(t)$$



$$i_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t)$$

$$i_2(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$$



$$i_1(t) = -\frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t)$$

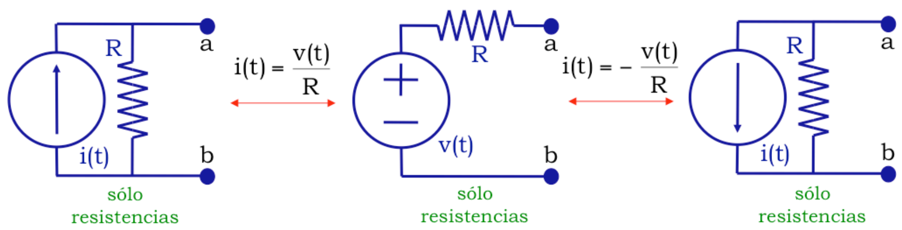
$$i_2(t) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$$

De corriente

Simplificaciones

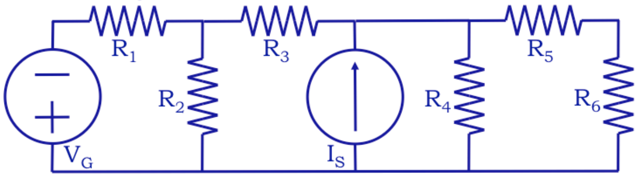
(se deducen de las leyes de Kirchhoff)

Transformación de generadores



- Las configuraciones son equivalentes si se cumplen las relaciones indicadas.
- Sólo se pueden utilizar si afectan a magnitudes correspondientes a elementos situados a la derecha de a-b.

Ejemplo de utilización de las simplificaciones

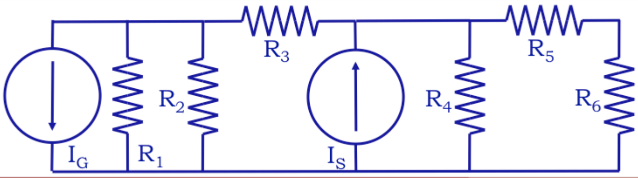


Datos:

$V_G = 80$ V $\quad I_S = 5.6$ mA
$R_1 = 40$ KΩ $\quad R_4 = 100$ KΩ
$R_2 = 40$ KΩ $\quad R_5 = 1$ KΩ
$R_3 = 5$ KΩ $\quad R_6 = 4$ KΩ

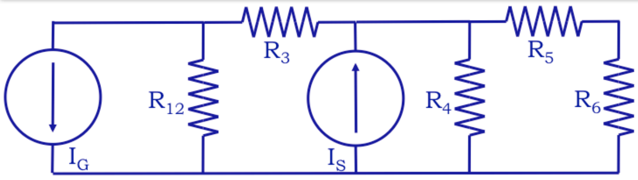
En el circuito de la figura las fuentes son continuas
(eso significa que el circuito funciona en régimen permanente continuo).

Incógnita: potencia en R_6



Transformación de generador

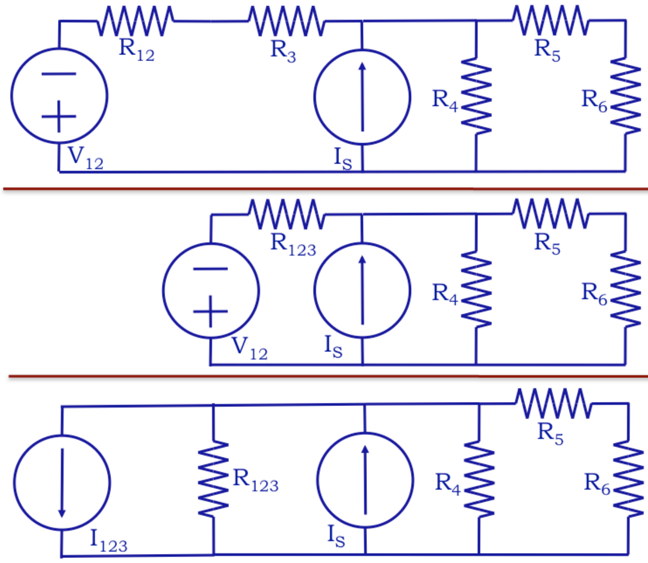
$$I_G = \frac{V_G}{R_1} = 2 \text{ mA}$$



Agrupación de resistencias en paralelo

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 20 \text{ KΩ}$$

Ejemplo de utilización de las simplificaciones (continuación)



Transformación de generador

$V_{12} = R_{12} I_G = 40$ V

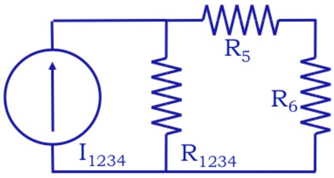
Agrupación de resistencias en serie

$R_{123} = R_{12} + R_3 = 25$ KΩ

Transformación de generador

$I_{123} = \frac{V_{12}}{R_{123}} = 1.6$ mA

Ejemplo de utilización de las simplificaciones (continuación)

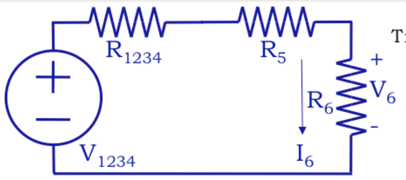


Agrupación en paralelo de generadores y resistencias

$I_{1234} = I_S - I_{123} = 4\text{ mA}$

$$R_{1234} = \frac{R_{123}R_4}{R_{123} + R_4} = 20\text{ K}\Omega$$

La polaridad de V_6 y el sentido de I_6 se eligen arbitrariamente ya que no están fijadas en el enunciado



Transformación de generador

$V_{1234} = R_{1234}I_{1234} = 80\text{ V}$

Divisor de tensión

$$V_6 = \frac{R_6}{R_{1234} + R_5 + R_6}V_{1234} = 12.8\text{ V}$$

Relación funcional de la resistencia

$$I_6 = \frac{V_6}{R_6} = 3.2\text{ mA}$$

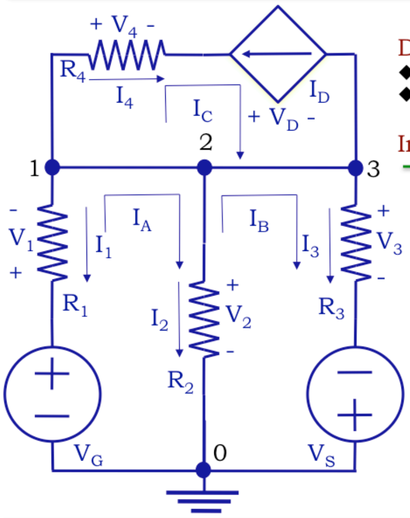
Potencia

$$P_6 = V_6 I_6 = \frac{V_6^2}{R_6} = I_6^2 R_6 = 40.96\text{ mW}$$

La potencia continua en una resistencia no depende de la elección de los signos de la tensión y la corriente

Análisis por el método de las mallas

Se explica con un ejemplo en el que se considera un circuito en régimen permanente continuo (fuente independiente DC, sólo resistencias como elementos pasivos), lo que implica que todas las corrientes y tensiones son continuas.



Datos:

- V_G, V_S, $I_D = gV_2$ (relación funcional fuente dependiente).
- R_1, R_2, R_3, R_4, g.

Incógnita: V_{13}.

1201: $V_G - V_1 - V_2 = 0$
2302: $V_2 - V_3 + V_S = 0$
1231: $V_D + V_4 = 0$

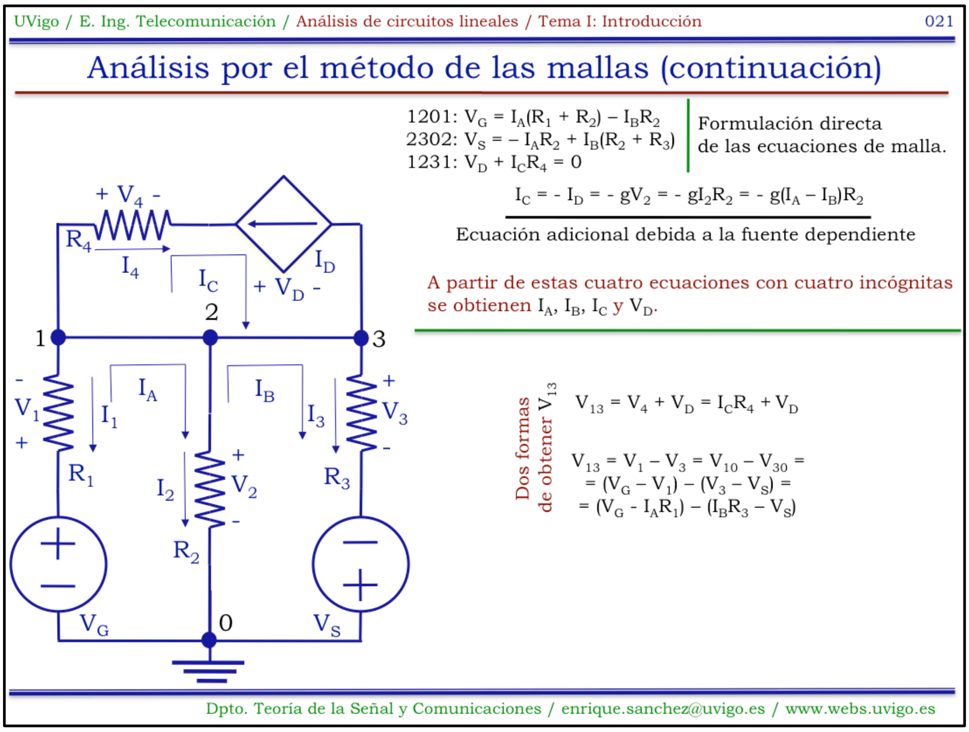
Sólo hay tres mallas independientes.

1201: $V_G = - I_1R_1 + I_2R_2$
2302: $V_S = - I_2R_2 + I_3R_3$
1231: $V_D + I_4R_4 = 0$

Sustitución de las relaciones funcionales en las ecuaciones de malla.

1201: $V_G = I_AR_1 + (I_A - I_B)R_2$
2302: $V_S = - (I_A - I_B)R_2 + I_BR_3$
1231: $V_D + I_CR_4 = 0$

Sustitución de corrientes de rama por corrientes de malla.



El objetivo del análisis por mallas es formular directamente las ecuaciones indicadas al comienzo de esta dispositiva sin necesidad de realizar los pasos intermedios presentados en la diapositiva anterior.

En el análisis por mallas las fuentes dependientes y las fuentes independientes de corrientes pueden ser consideradas *elementos extraños*. Cada elemento extraño introduce una incógnita adicional en el sistema. Se necesita, pues, una ecuación adicional para poder resolver el sistema. Esta ecuación ha de ser deducida a partir de las características del elemento extraño.

Puede observarse que en el ejemplo considerado V_{13} es siempre nula (con independencia de los valores de los elementos del circuito), ya que 1-2-3 constituye un único nudo, en el que, por definición de nudo, no se produce una diferencia de tensión.

Procedimiento para aplicar el método de las mallas

- Se consideran las mallas independientes.
- Se asigna arbitrariamente una corriente a cada malla independiente.
- Para cada malla, se formula una ecuación:

Suma algebraica de las fuentes de tensión independientes
(Son positivas cuando la corriente de malla sale por el terminal positivo)

=

Corriente de la malla
(Positiva)

×

Suma de todas las resistencias de la malla

+

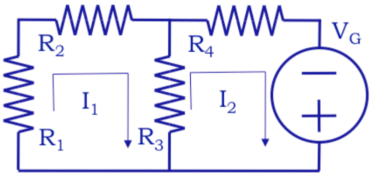
Suma algebraica de los productos corriente de malla × resistencia compartida
(Positivas cuando coinciden los sentidos de las corrientes de mallas adyacentes)

+

Suma algebraica de otras caídas de tensión
(Positivas cuando la polaridad se opone a la del primer miembro)

- Se añade una ecuación adicional por cada elemento *extraño* (fuentes de corriente dependientes o independientes, fuentes dependientes de tensión).

Ejemplo de utilización del método de las mallas



En el circuito de la figura la fuente es continua

$$V_G = 5\ \text{V}$$
$$R_1 = 1\ \Omega,\ R_2 = 2\ \Omega,\ R_3 = 3\ \Omega,\ R_4 = 1\ \Omega$$

Se desea obtener la potencia en R_3

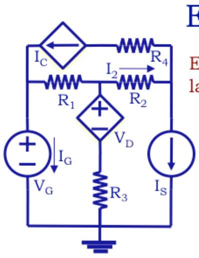
$$1:\ 0 = I_1(R_1 + R_2 + R_3) - I_2R_3$$
$$2:\ V_G = -I_1R_3 + I_2(R_3 + R_4)$$

$$I_2 = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} I_1$$

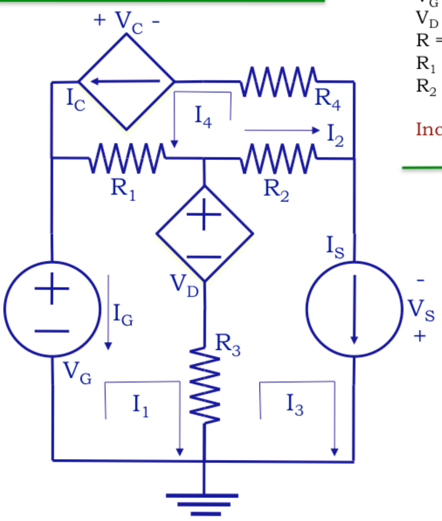
$$V_G = -I_1R_3 + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} I_1(R_3 + R_4) = I_1\left[R_1 + R_2 + R_4 + \frac{(R_1 + R_2)R_4}{R_3}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} I_2 = 2I_1 \\ 5 = 5I_1 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} I_1 = 1\ \text{A} \\ I_2 = 2\ \text{A} \end{array}\right. \Rightarrow P_3 = (I_2 - I_1)^2R_3 = 3\ \text{W}$$

Ejemplo de utilización del método de las mallas



En el circuito de la figura
las fuentes independientes son continuas

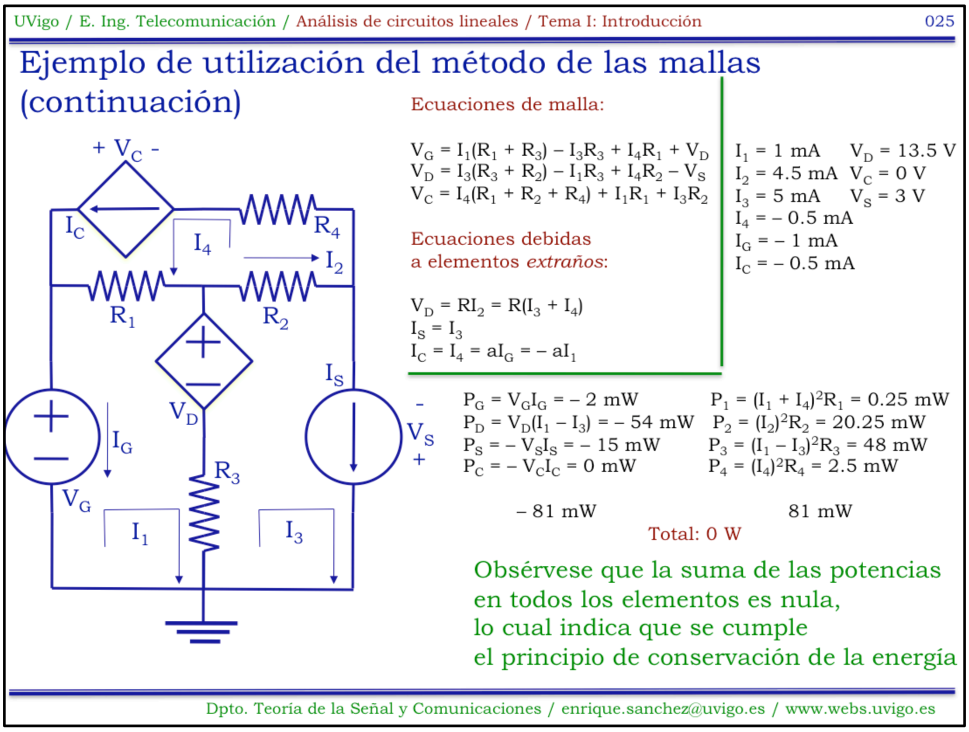


Datos:

V_G = 2 V $\quad$ I_S = 5 mA
$V_D = RI_2$ $\quad$ $I_C = aI_G$
R = 3 KΩ $\quad$ a = 0.5
R_1 = 1 KΩ $\quad$ R_3 = 3 KΩ
R_2 = 1 KΩ $\quad$ R_4 = 10 KΩ

Incógnitas: potencias en todos los elementos

Se asignan arbitrariamente los sentidos de las corrientes de malla



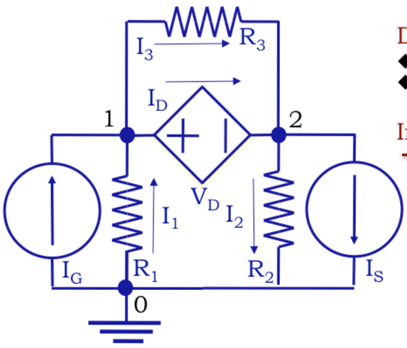
Sustituyendo las ecuaciones debidas a elementos *extraños* en las de malla y utilizando los datos del enunciado se tiene

$$
\begin{aligned}
2 = 4I_1 - 15 - 0.5I_1 + 3(5 - 0.5I_1) \quad &\Rightarrow \quad 2 = 2I_1 &&\Rightarrow \quad I_1 = 1 \text{ mA} \\
3(5 - 0.5I_1) = 20 - 3I_1 - 0.5I_1 - V_S \quad &\Rightarrow \quad V_S = 5 - 2I_1 &&\Rightarrow \quad V_S = 3 \text{ V} \\
V_C = -6I_1 + I_1 + 5 \quad &\Rightarrow \quad V_C = 5 - 5I_1 &&\Rightarrow \quad V_C = 0 \text{ V}
\end{aligned}
$$

Obsérvese que en todo momento se está operando con corrientes y resistencias expresadas en mA y KΩ, respectivamente, con lo que las tensiones resultan en V y las potencias, en mW.

Análisis por el método de los nudos

Se explica con un ejemplo en el que se considera un circuito en régimen permanente continuo (fuente independiente DC, sólo resistencias como elementos pasivos), lo que implica que todas las corrientes y tensiones son continuas.



Datos:
- I_G, I_S, $V_D = rI_2$ (relación funcional fuente dependiente).
- R_1, R_2, R_3, r.

Incógnita: V_{12}.

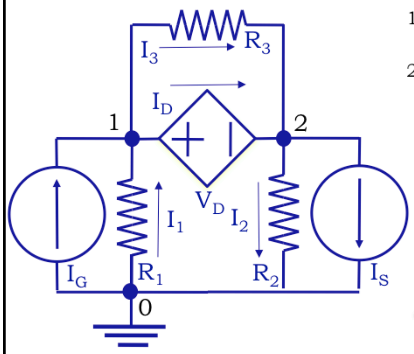
$\cancel{1:\ I_G + I_1 - I_3 - I_D = 0}$
$\cancel{2:\ I_D + I_3 - I_2 - I_S = 0}$
Hay tres nudos, pero sólo dos son independientes.

$\cancel{1:\ I_G = \frac{V_{10}}{R_1} + \frac{V_{12}}{R_3} + I_D}$
$\cancel{2:\ I_S = -\frac{V_{20}}{R_2} + \frac{V_{12}}{R_3} + I_D}$
Sustitución de las relaciones funcionales en las ecuaciones de nudo.

$\cancel{V_{10} = V_1 - V_0 = V_1}$
$\cancel{V_{20} = V_2 - V_0 = V_2}$
$\cancel{V_{12} = V_1 - V_2}$
Sustitución de tensiones de rama por tensiones de nudo.

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Tema I: Introducción 027

Análisis por el método de las nudos (continuación)



$$1:\quad I_G = V_1\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right) - \frac{V_2}{R_3} + I_D$$

$$2:\quad -I_S = V_2\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) - \frac{V_1}{R_3} - I_D$$

Formulación directa de las ecuaciones de nudo.

$$V_1 - V_2 = V_D = rI_2 = r\frac{V_2}{R_2} \Rightarrow V_1 = V_2\left(1+\frac{r}{R_2}\right)$$

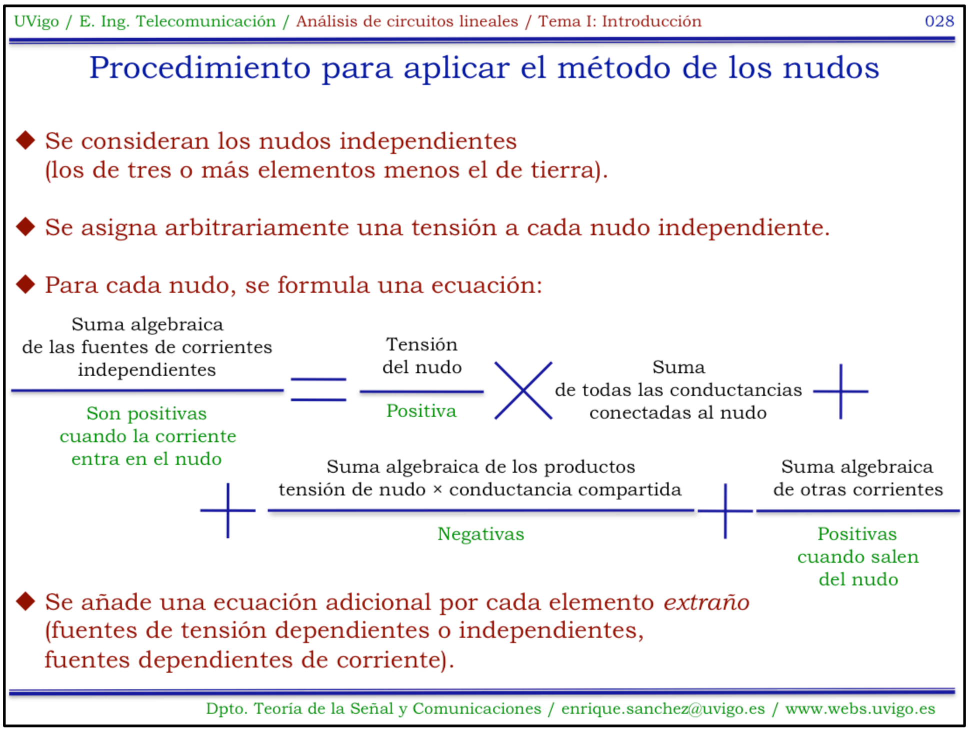
Ecuación adicional debida a la fuente dependiente

A partir de estas tres ecuaciones con tres incógnitas se obtienen V_1, V_2 e I_D.

$$V_{12} = V_1 - V_2$$

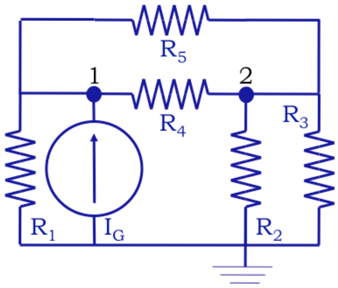
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

El objetivo del análisis por nudos es formular directamente las ecuaciones indicadas al comienzo de esta dispositiva sin necesidad de realizar los pasos intermedios presentados en la diapositiva anterior.



En general, la elección de un método u otro (*mallas* o *nudos*) para resolver un circuito es una cuestión de preferencias personales. El método de mallas parece más directo e intuitivo; sin embargo, deja abiertas distintas posibilidades: mallas elegidas y sentidos de las corrientes en las mallas. Por el contrario, en el método de los nudos, una vez elegido el nudo de tierra, lo demás queda determinado: restantes nudos esenciales, signos de corrientes y tensiones en las ecuaciones. De ahí que algunos paquetes de software, como PSpice, utilicen internamente el método de los nudos para resolver circuitos, dejando al operador la única libertad de elegir el nudo de tierra.

Ejemplo de utilización del método de los nudos



I_G = 10 mA
R_1 = 0.5 KΩ, R_2 = 0.5 KΩ, R_3 = 0.5 KΩ,
R_4 = 1 KΩ, R_5 = 1 KΩ,

Se desea obtener la potencia en R_5

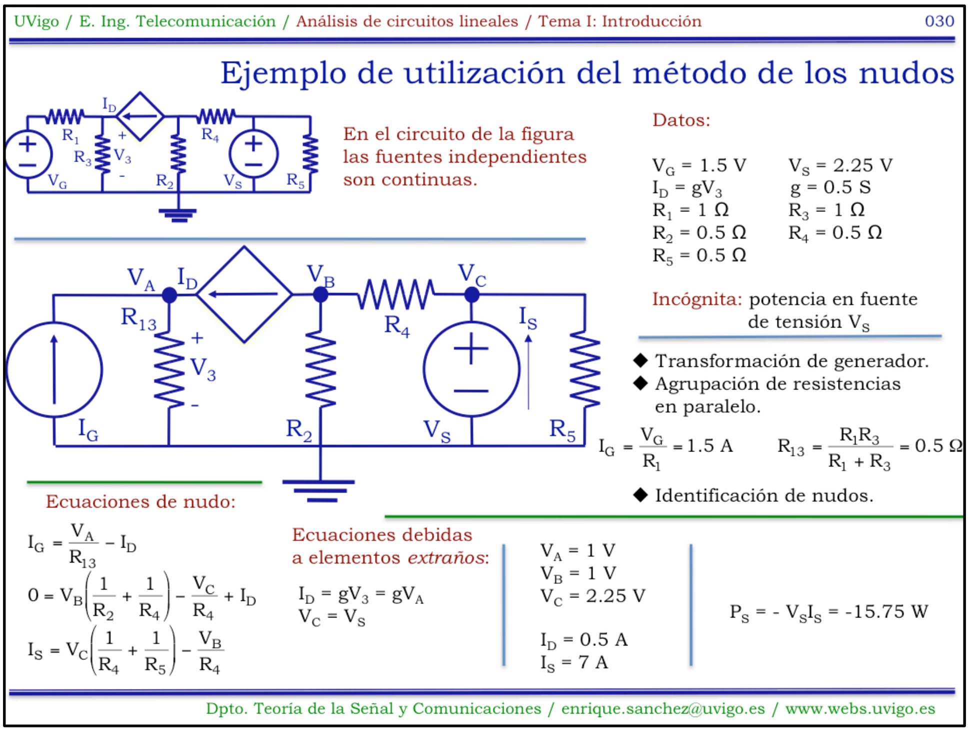
En el circuito de la figura la fuente es continua

$$1: I_G = V_1\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right) - V_2\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)$$

$$2: 0 = -V_1\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right) + V_2\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)$$

Sustituyendo los datos:

$$\left.\begin{array}{l} 10 = 4V_1 - 2V_2 \\ 0 = -2V_1 + 6V_2 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} V_1 = 3\text{ V} \\ V_2 = 1\text{ V} \end{array}\right. \Rightarrow P_5 = \frac{V_{12}^2}{R_5} = \frac{(V_1 - V_2)^2}{R_5} = 4\text{ mW}$$



Sustituyendo las ecuaciones debidas a elementos *extraños* en las de nudos y utilizando los datos del enunciado se tiene

$$1.5 = V_A\left(\frac{1}{0.5} - 0.5\right) \quad \Rightarrow \quad V_A = 1\ \text{V}$$

$$0 = V_B\left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5}\right) - \frac{2.25}{0.5} + 0.5V_A \quad \Rightarrow \quad 0 = 4V_B - 4 \quad \Rightarrow \quad V_B = 1\ \text{V}$$

$$I_S = 2.25\left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{0.5}\right) - \frac{V_B}{0.5} \quad \Rightarrow \quad I_S = 7\ \text{A}$$