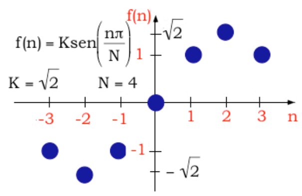
Tema V:
Señales y sistemas

- Señal es un fenómeno electromagnético que contiene información y puede ser enviada (transmitida) desde un punto a otros.

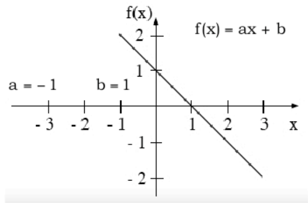
- Un sistema es un conjunto de dispositivos en el que se procesa (se genera, se modifica, se envía, se recibe, se descodifica, etcétera) una señal.

Señales (y sistemas) continuas y discretas



Señales discretas

- La variable independiente sólo puede tomar un conjunto restringido de valores.
- La función sólo está definida para los valores posibles de la variable.



Señales continuas

- La variable independiente es continua. Puede tomar cualquier valor real.
- La función está definida para una sucesión continua de valores de la variable independiente.

- Consideraremos únicamente señales que son función de una única variable.
- Las únicas variables que serán tenidas en cuenta son el tiempo (t) y la frecuencia (f, ω).
- Se consideran únicamente señales continuas.
  No deben confundirse los dos significados de la palabra *continua*.

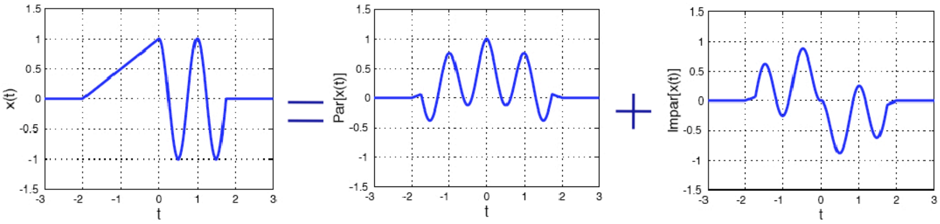
La señal continua mostrada en la diapositiva no puede ser catalogada como perteneciente al *régimen permanente continuo*.

UViGo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Tema V: Señales y sistemas 121

Componentes par e impar de una señal

Una señal puede descomponerse en sus componentes par e impar.

$x(t) = x_p(t) + x_i(t)$ $\quad x_p(t) = \mathrm{Par}[x(t)] = \dfrac{x(t) + x(-t)}{2}$ $\quad x_i(t) = \mathrm{Impar}[x(t)] = \dfrac{x(t) - x(-t)}{2}$



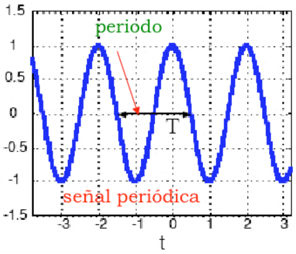
- Si una señal, x(t), es par se cumple x(-t) = x(t) para cualquier valor de t.
- Si una señal, x(t), es impar se cumple x(-t) = - x(t) para cualquier valor de t.

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

La señal x(-t) se obtiene a partir de x(t) sustituyendo en ésta *t* por –*t*.

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Tema V: Señales y sistemas 122

Funciones periódicas



Una señal, y(t), es periódica si, para cualquier valor de t, existe un valor T real y positivo (el mismo para todo t) tal que

$$y(t+T) = y(t) \qquad \left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t+T} = \left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t}$$

Se dice que una señal, $y_k(t)$, está relacionada armónicamente con y(t) cuando (las dos condiciones son equivalentes):

- Su periodo, T_k, es un submúltiplo del correspondiente a y(t). $T_k = T/k$ (k es un número natural).
- Su frecuencia, f_k, es un múltiplo de la correspondiente a y(t). $f_k = kf$ (k es un número natural).

- A la señal de frecuencia f (frecuencia fundamental) se la llama *señal fundamental*.
- A las señales con frecuencias múltiplos de la fundamental se las llama *armónicos de orden k*.

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

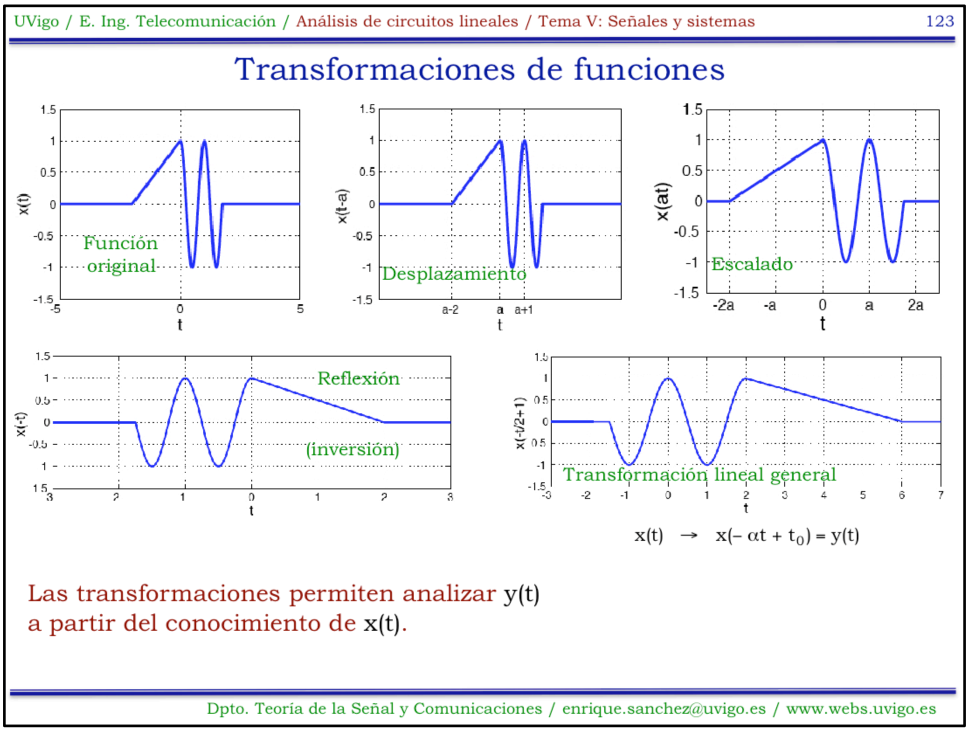
Ejemplo de señal armónica de otra dada.

$$x(t) = \cos(2\pi ft)$$

$$y(t) = \cos(4\pi ft) = \cos[2(2\pi f)t] = \cos(2\pi f_k t)$$

$$T = \frac{1}{f} \qquad \left.\begin{array}{l} f_k = 2f \\ T_k = \dfrac{1}{f_k} = \dfrac{1}{2f} = \dfrac{T}{2} \end{array}\right| \quad \Rightarrow \quad \text{armónico de orden 2}$$

Es decir, y(t) es una señal armónica de x(t).



Es decir, supóngase que se conocen determinadas propiedades de la función x(t). En muchos casos prácticos una segunda función, y(t), puede obtenerse a partir de x(t) utilizando todas o algunas de las transformaciones mencionadas. En esos casos no es necesario analizar completamente y(t) para determinar sus propiedades; éstas pueden ser deducidas de las correspondientes a x(t) teniendo en cuenta las transformaciones realizadas. Por ejemplo, la tabla de transformadas de Laplace que se presenta en el capítulo siguiente hace uso de esta consideración.

La función exponencial

Formulación general de la función exponencial:

$$A = |A|e^{j\varphi} \qquad s = \sigma + j\omega$$

$$y(t) = Ae^{st} = |A|e^{j\varphi}e^{(\sigma+j\omega)t} = |A|e^{\sigma t}e^{j(\omega t+\varphi)} = |A|e^{\sigma t}[\cos(\omega t + \varphi) + j\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)]$$

$$\mathrm{Re}\{y(t)\} = |A|e^{\sigma t}\cos(\omega t + \varphi) \qquad \mathrm{Im}\{y(t)\} = |A|e^{\sigma t}\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$$

Función exponencial compleja:

$$A = |A|e^{j\varphi} \quad s = \sigma + j\omega \quad \sigma = 0$$

$$y(t) = Ae^{st} = |A|e^{j\varphi}e^{j\omega t} = |A|e^{j(\omega t+\varphi)} = |A|[\cos(\omega t + \varphi) + j\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)]$$

$$\mathrm{Re}\{y(t)\} = |A|\cos(\omega t + \varphi) \qquad \mathrm{Im}\{y(t)\} = |A|\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$$

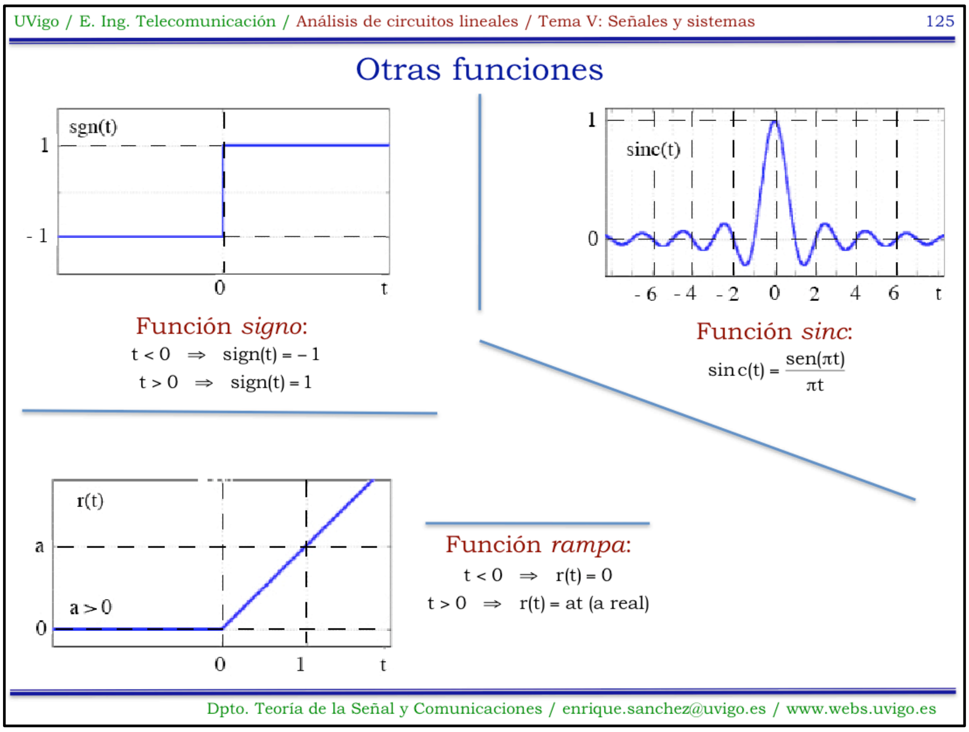
Función cosenoidal (sinusoidal):

$$A = |A|e^{j\varphi} \quad s = \sigma + j\omega \quad \sigma = 0$$

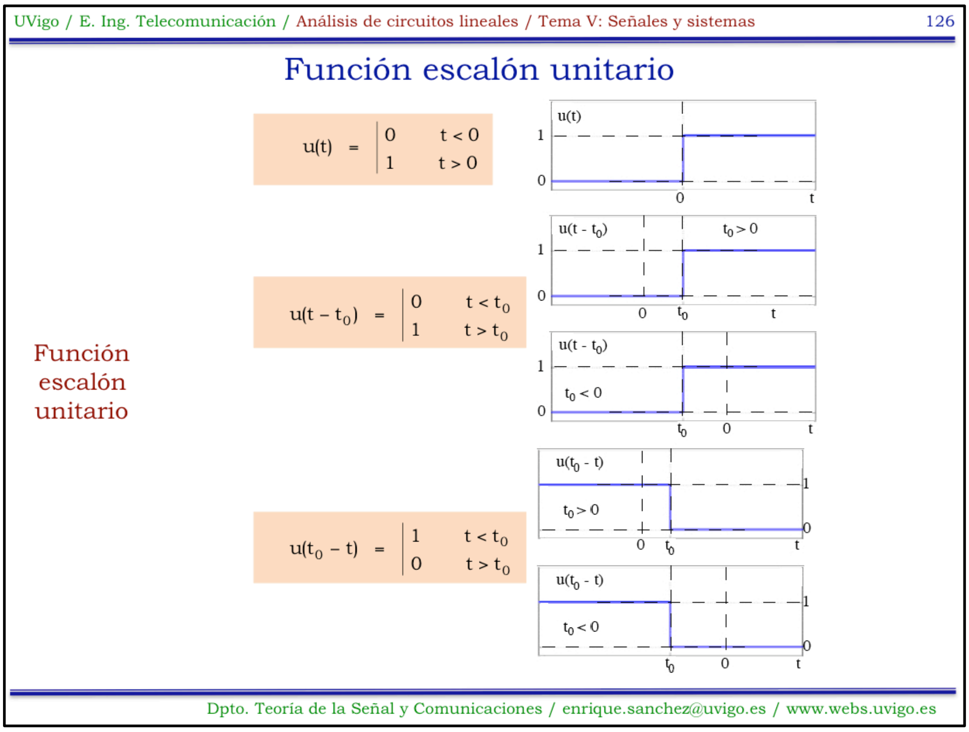
$$y(t) = Ae^{st} = |A|e^{j\varphi}e^{j\omega t} = |A|e^{j(\omega t+\varphi)} = |A|[\cos(\omega t + \varphi) + j\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)]$$

$$z(t) = |A|\cos(\omega t + \varphi) = |A|\mathrm{Re}\{e^{j(\omega t+\varphi)}\} = \mathrm{Re}\{Ae^{j\omega t}\}$$

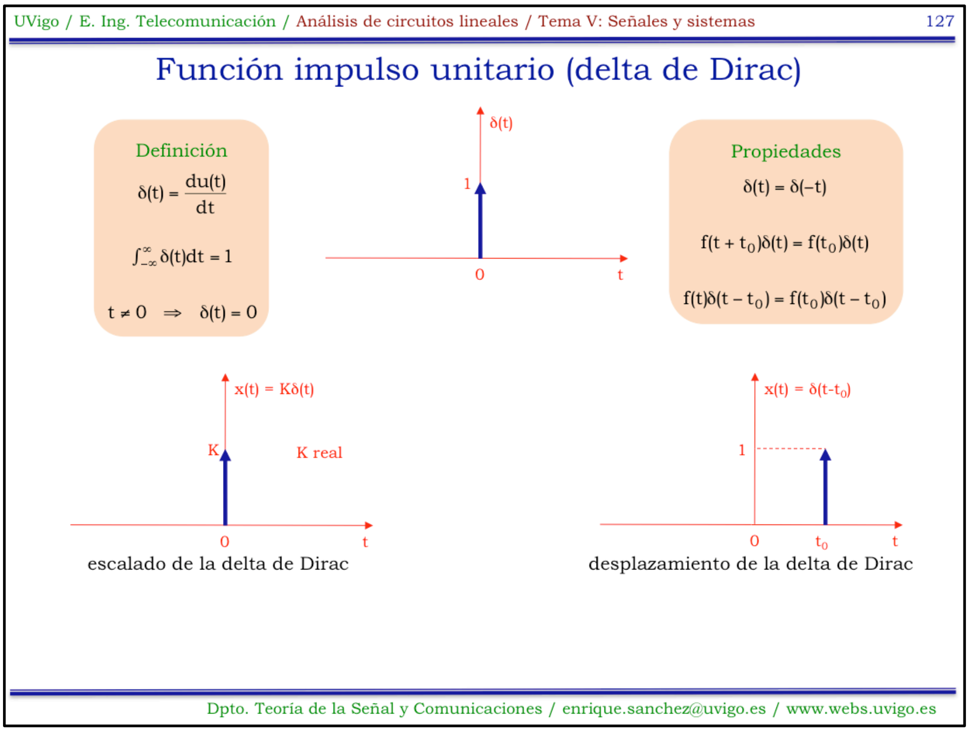
Obsérvese que en las expresiones recogidas en esta diapositiva se hace un uso sistemático de las identidades de Euler.



Estas funciones y las consideradas en las diapositivas siguientes son algunas de las que aparecen con más frecuencia en el análisis de circuitos basado en la teoría de sistemas lineales.

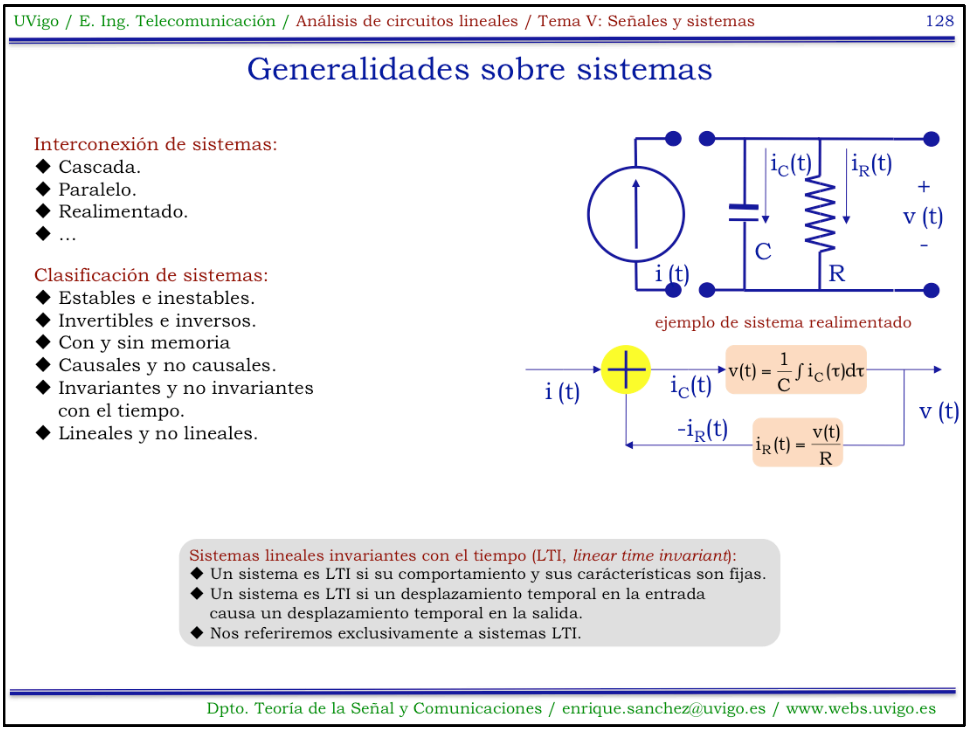


Obsérvese que el resultado de multiplicar una función por u(t) equivale a decir que aquélla carece de existencia (o tiene un valor nulo) para todo t>0. En el tema siguiente se hace un amplio uso de la transformada de Laplace unilateral, que sólo existe para t>0. Esta circunstancia puede denotarse multiplicando las funciones de interés por la función escalón unitario, lo cual es el formalismo correcto. Pero también puede omitirse la mención explícita a u(t) si se tiene siempre presente que carece de sentido hablar de valores de funciones para t<0.

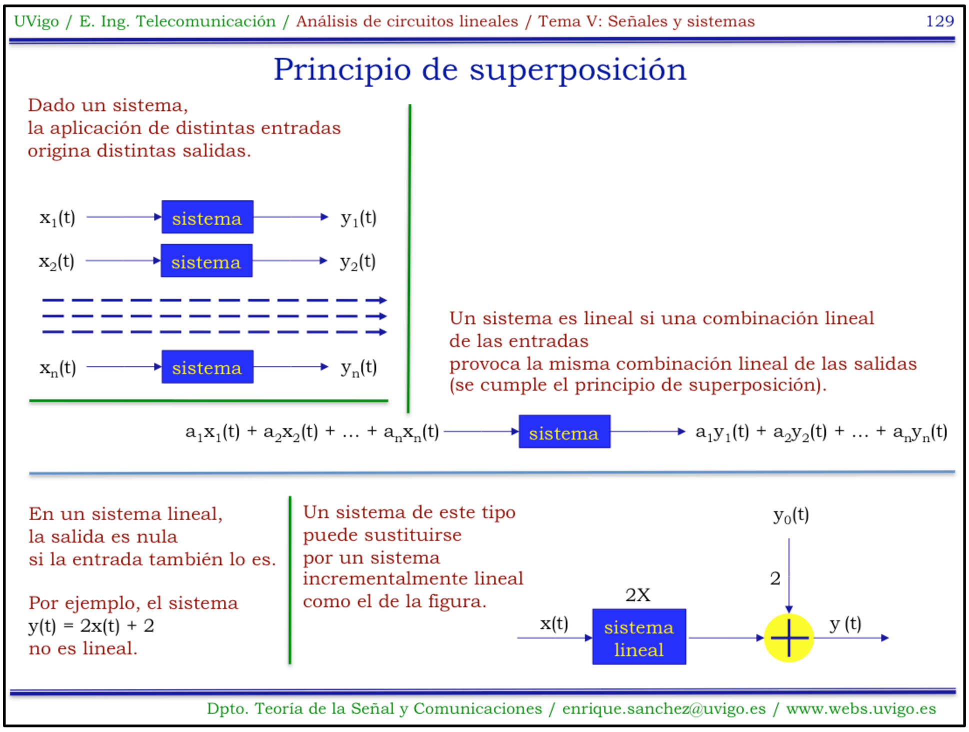


Obsérvese que el resultado de multiplicar una función por la delta de Dirac es el valor de la función en el instante en el que la delta tiene un valor no nulo.

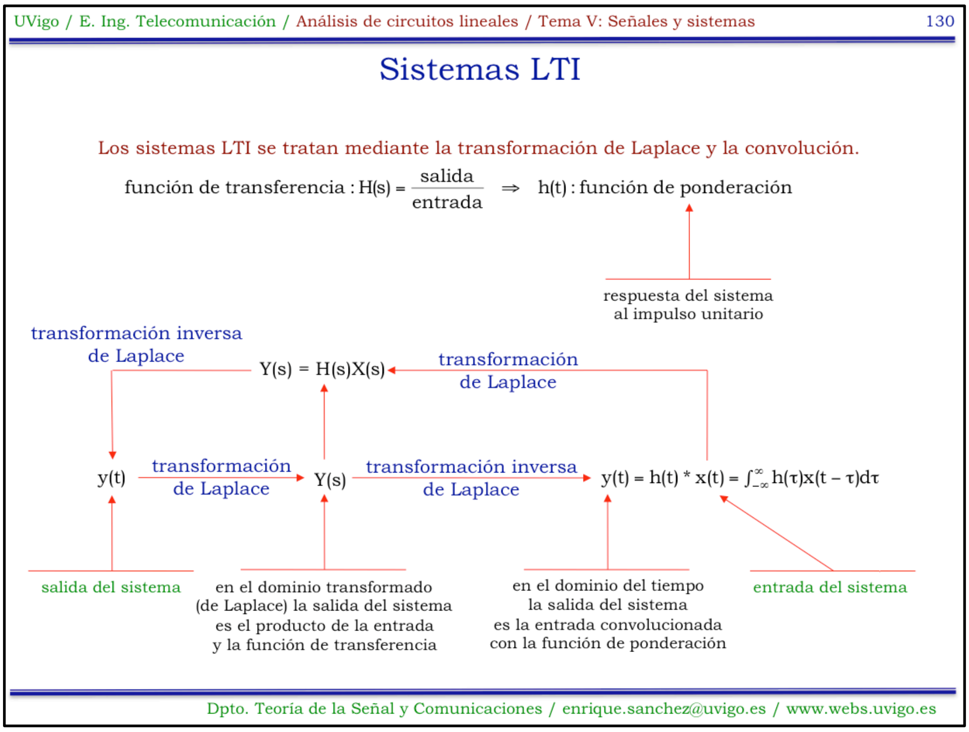
Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984) fue un científico británico. Doctorado por la Universidad de Cambridge (en la que trabajó, al igual que en la Universidad Estatal de Florida), hizo importantes contribuciones a la mecánica cuántica, por lo que en 1933 recibió el Premio Nobel de Física, compartido con Erwin Schrödinger. Véanse, por ejemplo, http://es.wikipedia.org/wiki/Dirac y http://es.wikipedia.org/wiki/Delta_de_Dirac.



Para explicaciones complementarias sobre interconexión de sistemas puede consultarse el epígrafe *Agrupaciones de cuadripolos* en el tema relativo a cuadripolos.



El orden correcto es decir que *un sistema es lineal si verifica el principio de superposición* en lugar de *en los sistemas lineales se cumple el principio de superposición.*



La definición de la función de transferencia requiere la especificación previa de los dos terminales en los que se toma la salida del sistema.

Las denominaciones *función de ponderación* y *respuesta al impulso (unitario)* son equivalentes, pero en teoría de sistemas lineales suele utilizarse más la segunda.

En este texto no consideraremos la convolución. En consecuencia, el cálculo de la salida de un sistema a partir de la entrada y la función de transferencia del mismo ha de hacerse necesariamente recurriendo a la transformación de Laplace.