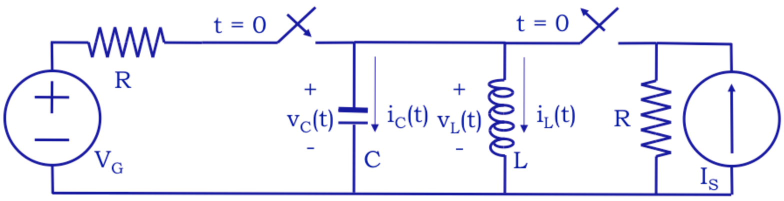
Problemas de repaso

Problema 1 (abril 2013)



$V_G = 2$ V, $I_S = 1$ A, $R = 0.4\ \Omega$, $L = 1$ H, $C = 1$ F

Valores iniciales y finales

continua $\Rightarrow$ $\begin{array}{|l} i_C(0^-) = 0 \text{ A} \\ v_L(0^-) = 0 \text{ V} \end{array}$

paralelo $\Rightarrow$ $v_C(0^-) = v_L(0^-) = 0$ V

nudo $\Rightarrow$ $i_L(0^-) = I_S - \dfrac{v_L(0^-)}{R} - i_C(0^-) = 1$ A

continuidad $\Rightarrow$ $\begin{array}{|l} i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1 \text{ A} \\ v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0 \text{ V} \end{array}$

paralelo $\Rightarrow$ $v_L(0^+) = v_C(0^+) = 0$ V

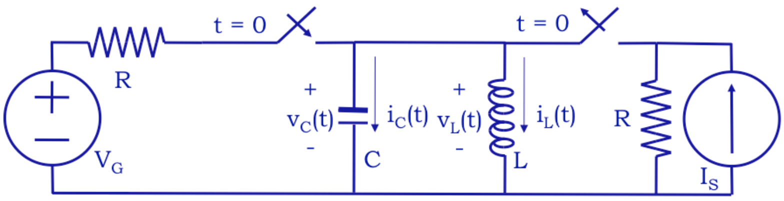
nudo $\Rightarrow$ $i_C(0^+) = \dfrac{V_G - v_C(0^+)}{R} - i_L(0^+) = 4$ A

continua $\Rightarrow$ $\begin{array}{|l} i_C(\infty) = 0 \text{ A} \\ v_L(\infty) = 0 \text{ V} \end{array}$

paralelo $\Rightarrow$ $v_C(\infty) = v_L(\infty) = 0$ V

nudo $\Rightarrow$ $i_L(\infty) = \dfrac{V_G - v_C(\infty)}{R} - i_C(\infty) = 5$ A

Problema 1 (abril 2013)



V_G = 2 V, I_S = 1 A, R = 0.4 Ω, L = 1 H, C = 1 F

$$i_L(t) = \frac{V_G}{R} + Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \qquad \text{A, B, } s_1\text{, } s_2 \text{ datos}$$

Expresión temporal de la tensión en la capacidad (t ≥ 0)

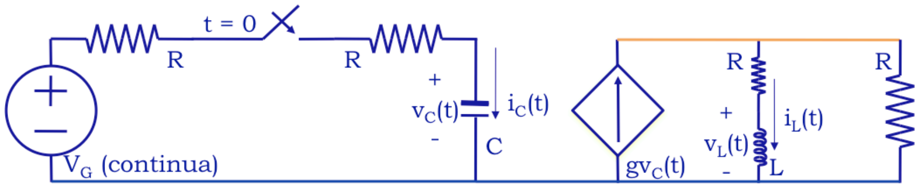
$$v_C(t) = v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$v_C(t) = L\left(As_1e^{s_1 t} + Bs_2e^{s_2 t}\right)$$

Se trata únicamente de utilizar la expresión facilitada en el enunciado en el cálculo de la derivada que aparece en la condición de que la capacidad y la inductancia están en paralelo.

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Problemas de repaso PR-04

Problema 2 (junio 2002)



Ecuaciones diferenciales de $v_C(t)$ e $i_L(t)$ para $t \geq 0$

Ecuación de malla $$V_G = (R + R)i_C(t) + v_C(t) = 2RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) \qquad (1)$$

Ecuación de nudo $$gv_C(t) = i_L(t) + \frac{Ri_L(t) + v_L(t)}{R} = 2i_L(t) + \frac{L}{R}\frac{di_L(t)}{dt} \qquad (2)$$

Despejando $v_C(t)$ de (2) y sustituyendo en (1) $$2LC\frac{d^2i_L(t)}{dt^2} + \left(4RC + \frac{L}{R}\right)\frac{di_L(t)}{dt} + 2i_L(t) = gV_G \qquad (3)$$

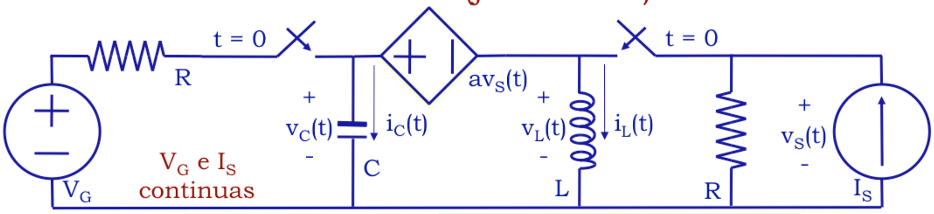
Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

Obsérvese que se trata de un circuito con elementos parcialmente acoplados. Lo que ocurre en la capacidad es completamente independiente de lo que sucede en la inductancia; sin embargo, el comportamiento de ésta se encuentra influido por el de la capacidad a través de la fuente dependiente.

Ya que la capacidad es independiente, la variación temporal de su tensión está regida por una ecuación diferencial de primer orden. Por su parte, la variación temporal de la corriente en la inductancia está controlada por una ecuación diferencial de segundo orden.

Si quisiéramos resolver las ecuaciones diferenciales, habría que empezar por la de la corriente en la inductancia. En la expresión temporal resultante aparecerían tres constantes: el valor final de la corriente y los coeficientes A y B. A continuación se sustituiría esta expresión en (2), llegándose a una expresión temporal para la tensión en la capacidad en la que figurarían las mismas constantes. Particularizando las expresiones temporales (ambas) para t=0 y t=∞ e igualando los resultados a los que pueden deducirse por observación directa del circuito, se tendría un sistema de cuatro ecuaciones con tres incógnitas (las constantes), a partir del cual sería posible determinar éstas. Obsérvese que la expresión temporal que se obtenga para la tensión en la capacidad aplicando este procedimiento tiene que coincidir con la que se obtendría resolviendo directamente (1).

Problema 3 (junio 2005)



$i_L(0) = 0$ A $\quad i_L(\infty) = 2$ A $\quad v_C(0) = 1$ V $\quad v_C(\infty) = 0$ V $\quad t \geq 0 \;\Rightarrow\; 2\dfrac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 3\dfrac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 2$ A $\quad a = 1 \quad L = 1$ H

Expresiones temporales de $i_L(t)$ y $v_C(t)$ para $t \geq 0$

Coeficientes de la ecuación característica

$$a = 2\,s^2 \quad b = 3\,s \quad c = 1$$

$$\alpha = \frac{b}{2a} = \frac{3}{4}\,s^{-1} \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \mathrm{rad/s}$$

$$\alpha^2 > \omega_0^2 \;\Rightarrow\; \text{respuesta supercrítica}$$

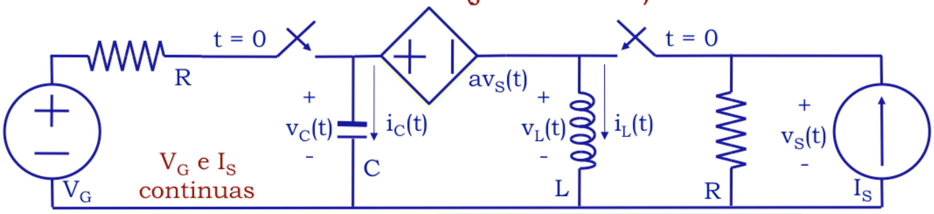
Respuesta temporal correspondiente a la respuesta supercrítica

$$i_L(t) = i_L(\infty) + Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \tag{1a}$$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \;\Rightarrow\; \left|\begin{array}{l} s_1 = -0.5\,s^{-1} \\ s_2 = -1\,s^{-1} \end{array}\right. \tag{1b}$$

La ecuación (1a) es la que corresponde al caso de respuesta supercrítica. Puede observarse que A y B tienen dimensiones de amperios.

Problema 3 (junio 2005)



$i_L(0) = 0$ A $\quad i_L(\infty) = 2$ A $\quad v_C(0) = 1$ V $\quad v_C(\infty) = 0$ V $\quad t \geq 0 \Rightarrow 2\dfrac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 3\dfrac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 2$ A $\quad a = 1 \quad L = 1$ H

Expresiones temporales de $i_L(t)$ y $v_C(t)$ para $t \geq 0$

Elementos en paralelo $\quad v_S(t) = v_L(t)$

Malla $\quad v_C(t) = av_S(t) + v_L(t)$

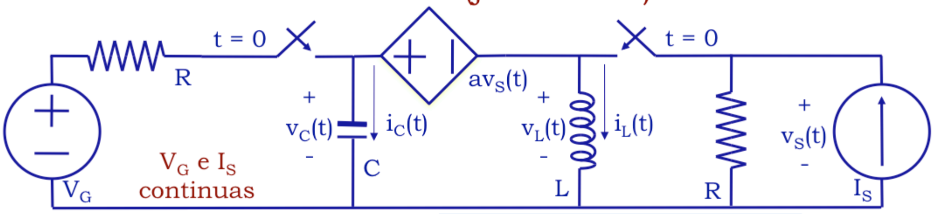
Relación funcional $\quad v_L(t) = L\dfrac{di_L(t)}{dt}$

$$\Rightarrow v_C(t) = (1 + a)L\frac{di_L(t)}{dt} \qquad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2) $\quad v_C(t) = -2(0.5Ae^{-0.5t} + Be^{-t})$ V $\qquad (3)$

No debe pensarse que hay una contradicción en la ecuación (3) debido a la presencia de A y B, cuyas dimensiones son amperios. Lo que ocurre es que los productos de tales constantes por otros factores transforma las dimensiones, de modo que la tensión en la capacidad está expresada en voltios.

Problema 3 (junio 2005)



$i_L(0) = 0\ \text{A} \quad i_L(\infty) = 2\ \text{A} \quad v_C(0) = 1\ \text{V} \quad v_C(\infty) = 0\ \text{V} \quad t \geq 0 \;\Rightarrow\; 2\dfrac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 3\dfrac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 2\ \text{A} \quad a = 1 \quad L = 1\ \text{H}$

Expresiones temporales de $i_L(t)$ y $v_C(t)$ para $t \geq 0$

Por el circuito

De (1) y (3)

$$\left.\begin{array}{lll} 0\ \text{A} & = i_L(0) = & i_L(\infty) + A + B \\ 2\ \text{A} & = i_L(\infty) = & i_L(\infty) \\ 1\ \text{V} & = v_C(0) = & -A - 2B \end{array}\right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} i_L(\infty) = 2\ \text{A} \\ A = -3\ \text{A} \\ B = 1\ \text{A} \end{array}\right. \quad (4)$$

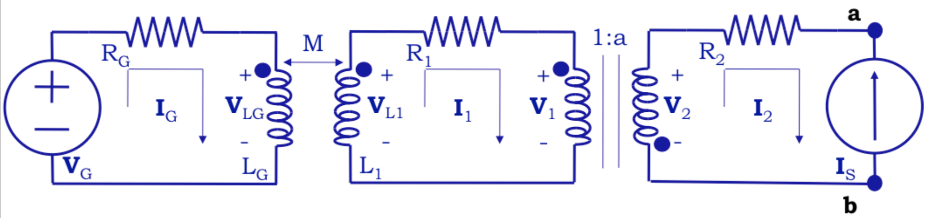
Sustituyendo (4) en (1) y (3)

$$i_L(t) = 2 - 3e^{-0.5t} + e^{-t}\ \text{A} \qquad t \text{ en s}$$
$$v_C(t) = 3e^{-0.5t} - 2e^{-t}\ \text{V} \qquad t \text{ en s}$$

De no ser datos las condiciones iniciales y finales habría que obtener sus valores, para utilizarlos en (4), a partir del examen del circuito, y ello teniendo en cuenta los valores de las fuentes y los elementos pasivos.

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Problemas de repaso PR-08

Problema 4 (mayo 2012)



Ecuaciones de las corrientes de malla

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{I}_G\left(R_G + j\omega L_G\right) - \mathbf{I}_1 j\omega M$$

$$\mathbf{I}_1 = -\,a\mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{I}_2 = -\,\mathbf{I}_S$$

Z_{ab} para máxima potencia media

Fuentes desactivadas

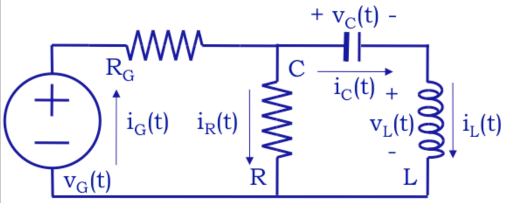
$$Z_{ab} = Z_{Th}^{*} = \left\{\left[\frac{(\omega M)^2}{R_G + j\omega L_G} + j\omega L_1 + R_1\right]a^2 + R_2\right\}^{*}$$

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

Obsérvese que las únicas incógnitas que figuran en las ecuaciones de las corrientes de malla son precisamente dichas corrientes. Es decir, no pueden aparecer otras variables como $\mathbf{V}_{LG}$, $\mathbf{V}_2$ u otras similares. Evidentemente, podrían formularse las ecuaciones de las mallas utilizando éstas y otras tensiones, pero, de ser así, habría que añadir las ecuaciones necesarias para poder calcularlas en caso necesario.

Recuérdese que la desactivación de fuentes independientes significa sustituir las de tensión por cortocircuitos y las de corriente, por circuitos abiertos.

Problema 5 (mayo 2012)



$$v_G(t) = V_D + V_A\cos(\omega t + \varphi)$$

$V_D = 2\ V$ $\quad V_A = 2\ V$ $\quad \omega = 4\ \text{Mrad/s}$ $\quad \varphi = 0°$

$R_G = 1\ \Omega$ $\quad R = 1\ \Omega$ $\quad L = 0.25\ \mu H$ $\quad C = 0.25\ \mu F$

Excitación sinusoidal

$$V_A e^{j\varphi} = \mathbf{V}_{GA} = \mathbf{I}_{GA}(R_G + R) - \mathbf{I}_{CA}R$$

$$0 = -\mathbf{I}_{GA}R + \mathbf{I}_{CA}\left(R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L\right)$$

$$2 = 2\mathbf{I}_{GA} - \mathbf{I}_{CA}$$

$$0 = -\mathbf{I}_{GA} + \mathbf{I}_{CA}$$

$$\mathbf{I}_{CA} = 2\ A \ \Rightarrow\ \mathbf{V}_{CA} = \frac{\mathbf{I}_{CA}}{j\omega C} = -\,j2\ V$$

Excitación continua

$$I_{CD} = 0\ A \qquad V_{LD} = 0\ V$$

$$V_D = I_{GD}(R + R) - I_{CD}R \ \Rightarrow\ I_{GD} = 1\ A$$

$$V_{CD} = V_{RD} - V_{LD} = (I_{GD} - I_{CD})R - V_{LD} = 1\ V$$

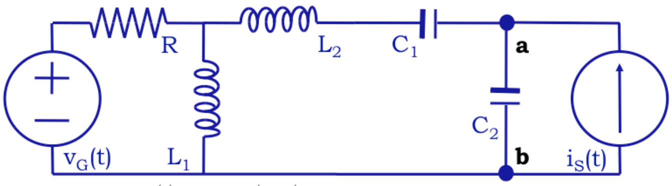
RESPUESTA TOTAL

$$v_C(t) = V_{CD} + \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_{CA}e^{j\omega t}\right\} = 1 + 2\cos\left[\left(4\times 10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)\text{rad}\right]\ \text{V (t en s)}$$

Obsérvese que es la propia definición de $v_G(t)$ la que indica que el circuito está sometido simultáneamente a dos excitaciones de distinta naturaleza, por lo que el problema ha de ser resuelto aplicando el principio de superposición.

Obsérvese también que, en el cálculo de la respuesta a la excitación sinusoidal, se utilizan los datos del problema tan pronto como es posible. Esta forma de proceder es más sencilla que intentar llegar a expresiones algebraicas y sustituir en ellas tales datos.

Problema 6 (junio 2004)



$$v_G(t) = V_G \cos(\omega_G t) \quad V_G = 1\ \mathrm{V} \quad \omega_G = 1\ \mathrm{Mrad/s}$$

$$i_S(t) = I_S \cos(\omega_S t) \quad I_S = 0.1\ \mathrm{mA} \quad \omega_S = 100\ \mathrm{rad/s}$$

$$R = 1\ \Omega$$

$$L_1 = 1\ \mathrm{mH} \quad L_2 = 1\ \mu\mathrm{H}$$

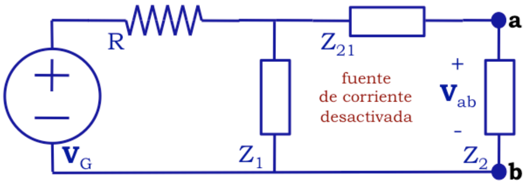
$$C_1 = 1\ \mu\mathrm{F} \quad C_2 = 1\ \mu\mathrm{F}$$

¿Expresión de $v_{ab}(t)$?

UVigo / E. Ing. Telecomunicación / Análisis de circuitos lineales / Problemas de repaso PR-11

Problema 6 (junio 2004)

Respuesta para $\omega = \omega_G$



$$\mathbf{V}_G = V_G e^{j\varphi_G} = 1\ \mathrm{V}$$

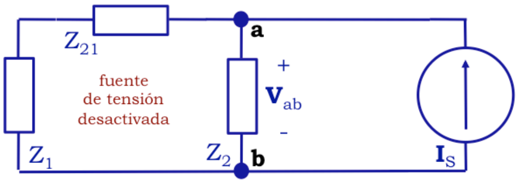
$$Z_1 = j\omega_G L_1 = j10^3\ \Omega \ \Rightarrow\ Z_1 \text{ circuito abierto}$$

$$Z_{21} = j\omega_G L_2 + \frac{1}{j\omega_G C_1} = j0\ \Omega \ \Rightarrow\ Z_{21} \text{ cortocircuito}$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega_G C_2} = -j\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_{ab} \approx \frac{\mathbf{V}_G Z_2}{R + Z_2} = 0.5 - j0.5\ \mathrm{V}$$

Respuesta para $\omega = \omega_S$



$$\mathbf{I}_S = I_S e^{j\varphi_S} = 0.1\ \mathrm{mA}$$

$$Z_1 = \frac{Rj\omega_S L_1}{R + j\omega_S L_1} \approx j0.1\ \Omega \ \Rightarrow\ Z_1 \text{ cortocircuito}$$

$$Z_{21} = j\omega_S L_2 + \frac{1}{j\omega_S C_1} \approx -j10^4\ \Omega$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega_S C_2} = -j10^4\ \Omega$$

$$\mathbf{V}_{ab} = \frac{\mathbf{I}_S Z_2}{2} = -j0.5\ \mathrm{V}$$

$$v_{ab}(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_{ab}(\omega_G) e^{j\omega_G t}\right\} + \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_{ab}(\omega_S) e^{j\omega_S t}\right\} =$$
$$= 0.5\sqrt{2}\cos(\omega_G t - 45^\circ) + 0.5\cos(\omega_G t - 90^\circ)\ \mathrm{V}$$

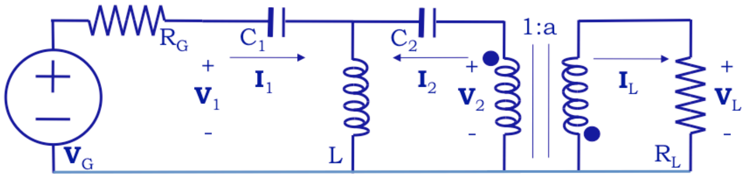
RESPUESTA TOTAL

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones / enrique.sanchez@uvigo.es / www.webs.uvigo.es

Obsérvese que se utilizan aproximaciones numéricas cada vez que están justificadas. Así, en la parte superior se desprecia la contribución de Z_{21} frente a la de Z_2 a la hora de calcular la tensión en esta última. En la parte inferior, se tiene en cuenta que la impedancia de la resistencia es mucho menor que la debida a L_1, y que la impedancia debida a C_1 es mucho mayor que Z_{21}.

Dado que hay dos excitaciones diferentes (ambas son sinusoidales, pero tienen frecuencias distintas), no tiene sentido hablar de impedancias globales. Las impedancias presentadas por los diferentes elementos son distintas para cada una de las dos frecuencias consideradas.

Problema 7 (septiembre 2009)



Frecuencias bajas

Capacidades circuitos abiertos $\Rightarrow$ $|\mathbf{I}_2| \rightarrow 0$ A

Inductancia cortocircuito

$$|\mathbf{I}_2| \rightarrow 0 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{I}_L| \rightarrow 0 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{V}_L| = |\mathbf{I}_L| R_L \rightarrow 0 \text{ V}$$

Frecuencias elevadas

Capacidades cortocircuitos $\Rightarrow$ $|\mathbf{I}_2| \approx |\mathbf{I}_1|$

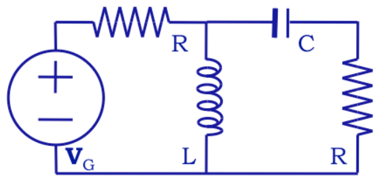
Inductancia circuito abierto

Reflejando impedancias: $|\mathbf{I}_2| \approx \dfrac{|\mathbf{V}_G|}{R_G + \dfrac{R_L}{a^2}}$

$$|\mathbf{I}_L| = \frac{|\mathbf{I}_2|}{a} = \frac{|\mathbf{V}_G|}{a^2 R_G + R_L}$$

$$|\mathbf{V}_L| = |\mathbf{I}_L| R_L = \frac{|\mathbf{V}_G| R_L}{a^2 R_G + R_L}$$

Problema 8 (diciembre 2010)



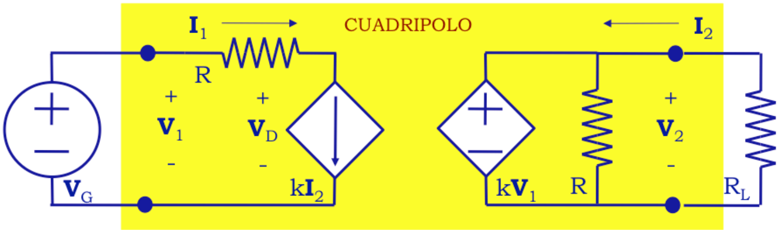
¿Frecuencia de resonancia?

$$Z = R + \frac{j\omega L\left(\frac{1}{j\omega C}+R\right)}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}+R} = R + \frac{\left(\frac{L}{C}+j\omega LR\right)\left[R-j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\right]}{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\omega=\omega_0 \;\Rightarrow\; Z \text{ real} \;\Rightarrow\; \mathrm{Im}\{Z\}=0\,\Omega \;\Rightarrow\; \frac{L}{C}\left(\frac{1}{\omega_0 C}-\omega_0 L\right)+\omega_0 LR^2=0 \;\Rightarrow\; \omega_0=\frac{1}{\sqrt{C\left(L-CR^2\right)}}$$

Obsérvese que la frecuencia de resonancia sólo existe efectivamente si $L>CR^2$. Si no se cumple esta condición puede decirse que no hay ninguna frecuencia para la que el circuito tenga una impedancia puramente resistiva.

Problema 9 (diciembre 2008)



Parámetros híbridos (h)

Definición
$$\begin{cases} \mathbf{V}_1 = h_{11}\mathbf{I}_1 + h_{12}\mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 = h_{21}\mathbf{I}_1 + h_{22}\mathbf{V}_2 \end{cases}$$

Circuito
$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 = k\mathbf{I}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{I}_2 = \dfrac{\mathbf{I}_1}{k} \\ \mathbf{V}_2 = k\mathbf{V}_1 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V}_1 = \dfrac{\mathbf{V}_2}{k} \end{cases}$$

Comparando
$$\begin{cases} h_{11} = 0\ \Omega \qquad h_{12} = \dfrac{1}{k} \\ h_{21} = \dfrac{1}{k} \qquad h_{22} = 0\ \mathrm{S} \end{cases}$$

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{V}_1$$

$$\mathbf{V}_1 = h_{12}\mathbf{V}_2$$

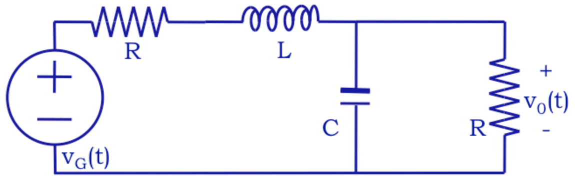
$$\mathbf{I}_2 = h_{21}\mathbf{I}_1$$

$$\mathbf{V}_2 = -\mathbf{I}_2 R_L$$

$$\mathbf{V}_D = \mathbf{V}_G - k\mathbf{I}_2 R = \mathbf{V}_G + k\left(\frac{\mathbf{V}_2}{R_L}\right)R = \mathbf{V}_G + k\left(\frac{\mathbf{V}_1}{h_{12}R_L}\right)R =$$

$$= \mathbf{V}_G + k\left(\frac{\mathbf{V}_G}{h_{12}R_L}\right)R = \mathbf{V}_G\left(1 + \frac{kR}{h_{12}R_L}\right) = \mathbf{V}_G\left(1 + \frac{k^2R}{R_L}\right)$$

Problema 10 (abril 2012)



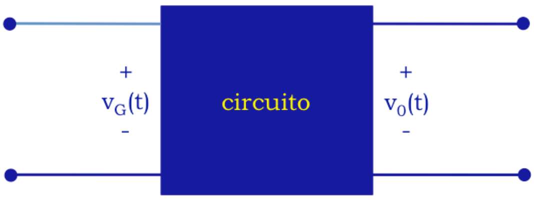
$R = 1\,\Omega$ $L = 0.5\,\mu H$ $C = 0.5\,\mu F$

¿Función de transferencia?

$$\frac{V_0(s)}{V_G(s)} = \frac{\dfrac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}}{R + sL + \dfrac{\frac{R}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\left(\frac{1}{RC} + \frac{R}{L}\right) + \frac{2}{LC}} = \frac{4 \times 10^{12}}{s^2 + 4 \times 10^6 + 8 \times 10^{12}}$$

Para calcular la tensión de salida se ha utilizado la expresión correspondiente al divisor de tensión.

Problema 11 (abril 2012)



$$V_G(s) = \mathcal{L}\{v_G(t)\} \qquad V_0(s) = \mathcal{L}\{v_0(t)\}$$

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_G(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

$$v_G(t) = u(t)$$

¿$v_0(t)$ en régimen permanente?

$$s^2 + 2s + 2 = 0 \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} s_j = -1 + j\,s^{-1} \\ s_j^* = -1 - j\,s^{-1} \end{array} \right| \;\Rightarrow\; \left| \begin{array}{l} \alpha = \left|\mathrm{Re}\{s_j\}\right| = 1\,s^{-1} \\ \beta = \mathrm{Im}\{s_j\} = 1\ \mathrm{rad/s} \end{array} \right.$$

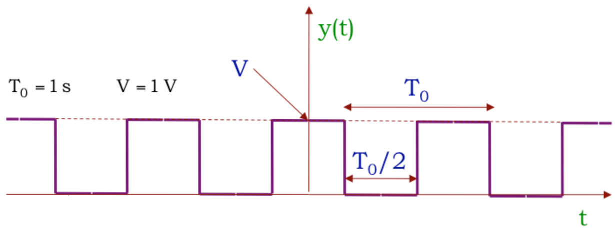
$$v_G(t) = u(t) \;\Rightarrow\; V_G(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s} \;\Rightarrow\; V_0(s) = V_G(s)H(s) = \frac{K_0}{s} + \underbrace{\frac{K}{s - s_j} + \frac{K^*}{s - s_j^*}}_{}$$

régimen transitorio
(no considerado)

$$K_0 = \left.\frac{1}{s^2 + 2s + 2}\right|_{s=0} = 0.5\,s^{-1} \;\Rightarrow\; \left.v_0(t)\right|_{\text{permanente}} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{K_0}{s}\right\} = K_0 u(t) = 0.5u(t)$$

Puede comprobarse que los términos indicados definen el régimen transitorio teniendo en cuenta que las raíces que aparecen en ellos tienen parte real. En consecuencia, en la transformada inversa de tales términos aparecerá una exponencial de exponente negativo, con lo que el término correspondiente se extinguirá al cabo de cierto tiempo.

Problema 12 (mayo 2012)



¿Desarrollo en serie de Fourier?

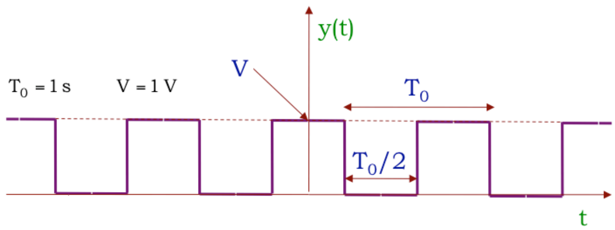
Función par

$$a_v = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0/2} y(t)dt = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0/4} Vdt + \frac{2}{T_0}\int_{T_0/4}^{T_0/2} 0dt = \frac{V}{2} = 0.5\ \mathrm{V}$$

$$a_k = \frac{4}{T_0}\int_0^{T_0/2} y(t)\cos\left(\frac{2k\pi t}{T_0}\right)dt = \frac{4}{T_0}\int_0^{T_0/4} V\cos\left(\frac{2k\pi t}{T_0}\right)dt + \frac{4}{T_0}\int_{T_0/4}^{T_0/2} 0\cos\left(\frac{2k\pi t}{T_0}\right)dt = \frac{2V}{k\pi}\mathrm{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right) = \frac{2}{k\pi}\mathrm{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right)\mathrm{V}$$

$$b_k = 0\ \mathrm{V}$$

Problema 12 (mayo 2012)



¿Desarrollo en serie de Fourier?

Si $a_k < 0$ V, se aumenta o se disminuye la fase de A_k (siempre positivo) en 180°.

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \pm a_k \qquad \varphi_k = \mathrm{arctg}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$$

$$k \text{ par} \;\Rightarrow\; a_k = 0 \text{ V} \qquad \varphi_k \text{ indefinido}$$

$$k = 1 + 4n \; (n = 1, 2, 3, \ldots) \;\Rightarrow\; a_k = \frac{2}{k\pi} \qquad \varphi_k = 0°$$

$$k = 3 + 4n \; (n = 1, 2, 3, \ldots) \;\Rightarrow\; a_k = \frac{2}{k\pi} \qquad \varphi_k = 180°$$

$$y(t) = 0.5 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k\pi} \cos(2k\pi t + \varphi_k) \text{ V}$$

Problema 13 (mayo 2012)

Función de transferencia de un filtro