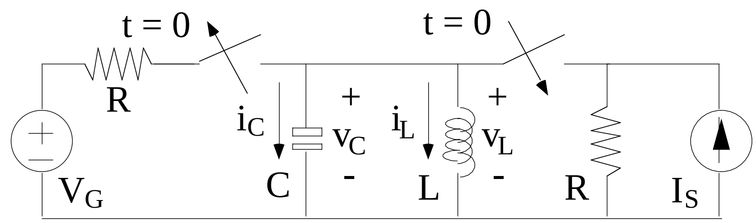
Problema 1



En el circuito de la figura las fuentes son continuas, y son datos las características de todos los elementos.

El circuito ha permanecido mucho tiempo en el mismo estado antes del cambio de posición de los interruptores. Una vez producido éste, ya no experimenta más cambios.

A (1.8 puntos) Obtened los valores de i_C, v_C, i_L y v_L en los instantes $t = 0^-$, $t = 0^+$ y $t = \infty$.

B (1.2 puntos) Obtened las ecuaciones diferenciales que caracterizan la evolución de v_C e i_L para $t > 0$.

Apartado A

En régimen permanente continuo la capacidad es un circuito abierto y la inductancia es un cortocircuito

$$i_C(0^-) = 0 \text{ A}$$

$$v_L(0^-) = 0 \text{ V}$$

Elementos en paralelo

$$v_C(0^-) = v_L(0^-) = 0 \text{ V}$$

Ecuación de nudo

$$\frac{V_G - v_C(0^-)}{R} = i_C(0^-) + i_L(0^-) \Rightarrow i_L(0^-) = \frac{V_G}{R}$$

La tensión en la capacidad y la corriente en la inductancia no pueden variar bruscamente

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0 \text{ V}$$

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{V_G}{R}$$

Elementos en paralelo

$$v_L(0^+) = v_C(0^+) = 0 \text{ V}$$

Ecuación de nudo

$$I_S = \frac{v_C(0^+)}{R} + i_L(0^+) + i_C(0^+) \Rightarrow i_C(0^+) = I_S - \frac{V_G}{R}$$

En régimen permanente continuo la capacidad es un circuito abierto y la inductancia es un cortocircuito

$$i_C(\infty) = 0 \text{ A}$$

$$v_L(\infty) = 0 \text{ V}$$

Elementos en paralelo

$$v_C(\infty) = v_L(\infty) = 0 \text{ V}$$

Ecuación de nudo

$$I_S = \frac{v_C(\infty)}{R} + i_L(\infty) + i_C(\infty) \Rightarrow i_L(\infty) = I_S$$

Apartado B

Para t > 0 se tiene

Ecuación de nudo
$$I_S = \frac{v_C}{R} + i_L + i_C = \frac{v_C}{R} + i_L + C\frac{dv_C}{dt} \qquad (1)$$

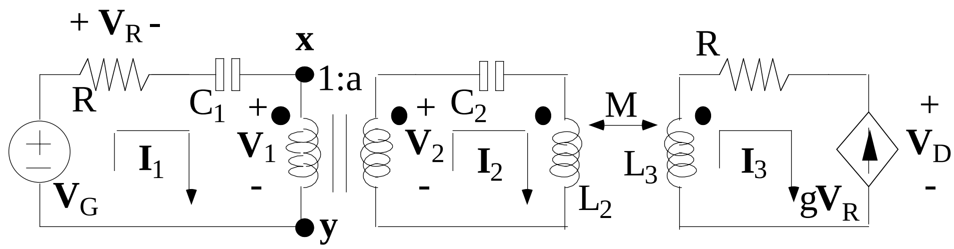
Elementos en paralelo
$$v_C = v_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2)
$$LC\frac{d^2v_C}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{dv_C}{dt} + v_C = 0 \qquad (3)$$

Sustituyendo (2) en (1)
$$LC\frac{d^2i_L}{dt^2} + \frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} + i_L = I_S \qquad (4)$$

(3) y (4) son las ecuaciones diferenciales buscadas.

Problema 2



El circuito de la figura, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω.

A (1.5 puntos) Formulad un sistema algebraico de seis ecuaciones a partir del cual sea posible obtener los valores de $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$, $\mathbf{I}_3$, $\mathbf{V}_1$, $\mathbf{V}_2$ y $\mathbf{V}_D$.

B (0.75 puntos) Suponiendo conocidas las características de todos los elementos, el valor de la frecuencia angular, y los valores de las corrientes de malla, formulad las expresiones algebraicas para obtener las potencias compleja, media y reactiva en L_2.

C (0.75 puntos) Suponiendo conocidas las características de todos los elementos (en particular, g = 0 S) y el valor de la frecuencia angular, formulad las expresiones algebraicas para determinar la impedancia que ha de colocarse entre **x** e **y** para que en ella se disipe la máxima potencia media posible.

Apartado A

Ecuaciones de malla

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{I}_1\left(R + \frac{1}{j\omega C_1}\right) + \mathbf{V}_1$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_2\left(\frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L_2\right) - \mathbf{I}_3 j\omega M$$

$$0 = -\mathbf{I}_2 j\omega M + \mathbf{I}_3(j\omega L_3 + R) + \mathbf{V}_D$$

Ecuación de la fuente dependiente

$$\mathbf{I}_3 = -g\mathbf{V}_R = -g\mathbf{I}_1 R$$

Ecuaciones del transformador ideal

$$\mathbf{V}_2 = a\mathbf{V}_1,\ \mathbf{I}_1 = a\mathbf{I}_2$$

Apartado B

$$\mathbf{V}_{L2} = \mathbf{I}_2 j\omega L_2 - \mathbf{I}_3 j\omega M$$

$$S_{L2} = \frac{\mathbf{V}_{L2}\mathbf{I}_2^*}{2}$$

$$P_{L2} = \mathrm{Re}\{S_{L2}\},\ Q_{L2} = \mathrm{Im}\{S_{L2}\}$$

Apartado C

El dato g = 0 S significa que el secundario del transformador lineal está en circuito abierto, con lo que puede prescindirse de su consideración.

En esa situación, desactivando la fuente independiente (sustituyéndola por un cortocircuito) y reflejando impedancias en los transformadores, se tiene

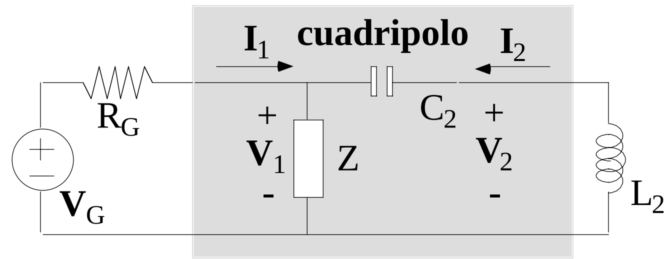
$$Z_{Th} = Z_{xy} = \left(R + \frac{1}{j\omega C_1}\right) // \frac{1}{a^2}\left(\frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L_2\right)$$

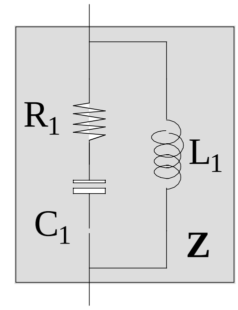
con lo que la impedancia buscada es

$$Z_L = Z^*_{Th}$$

Problema 3

El circuito de la figura, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω. La impedancia Z está compuesta por los elementos mostrados a la derecha.





$\mathbf{V}_G = V_{G\angle 0^\circ}$ (V_G es real y positivo)

A (0.5 puntos) Obtened los parámetros de transmisión (ABCD) del cuadripolo, expresándolos en función de Z.

B (0.5 puntos) Obtened el valor de la frecuencia de resonancia (al menos uno, si hay varios) del circuito completo.

C (0.5 puntos) Obtened los valores a los que tienden el módulo y la fase de $\mathbf{V}_2$ para frecuencias angulares muy elevadas.

D (0.5 puntos) Obtened los valores a los que tienden el módulo y la fase de $\mathbf{V}_2$ cuando las inductancias y las capacidades tienen valores muy bajos.

Para resolver los apartados C y D se recomienda utilizar aproximaciones razonables antes que cálculos exactos.

Apartado A

En el cuadripolo se verifican las relaciones (ecuaciones de malla)

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1 Z + \mathbf{I}_2 Z \qquad (1)$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1 Z + \mathbf{I}_2\left(Z + \frac{1}{j\omega C_2}\right) \qquad (2)$$

Despejando $\mathbf{I}_1$ en (2)

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_2 - \mathbf{I}_2\left(Z + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}{Z} \qquad (3)$$

Sustiuyendo (3) en (1)

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 - \frac{\mathbf{I}_2}{j\omega C_2} \qquad (4)$$

Los parámetros de transmisión satisfacen las relaciones

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 A - \mathbf{I}_2 B \qquad (5)$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{V}_2 C - \mathbf{I}_2 D \qquad (6)$$

Comparando (3-4) y (5-6)

$$A = 1,\ B = \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$C = \frac{1}{Z},\ D = 1 + \frac{1}{j\omega C_2 Z}$$

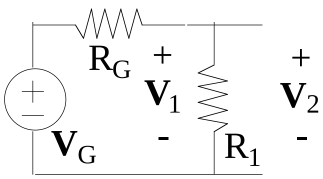
Apartado B

Puede observarse que, si la agrupación L_2-C_2 está en cortocircuito, este cortocircuito cancela el efecto de Z y la fuente *ve* una impedancia puramente resistiva (R_G en serie con el citado cortocircuito).

En consecuencia, una posible frecuencia de resonancia del circuito completo es la que provoca el cortocircuito en la agrupación indicada. Es decir,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$$

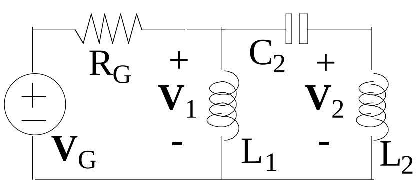
Apartado C



Para frecuencias muy elevadas, las inductancias y las capacidades tienden a comportarse como circuitos abiertos y cortocircuitos, respectivamente. En consecuencia, el circuito queda en la forma indicada en la figura adjunta, de la que puede deducirse

$$\mathbf{V}_2 \approx \mathbf{V}_1 \approx \frac{R_1}{R_G + R_1}\mathbf{V}_G \Rightarrow |\mathbf{V}_2| \rightarrow \frac{R_1 V_G}{R_G + R_1},\ \angle\mathbf{V}_2 \rightarrow 0\ °$$

Apartado D

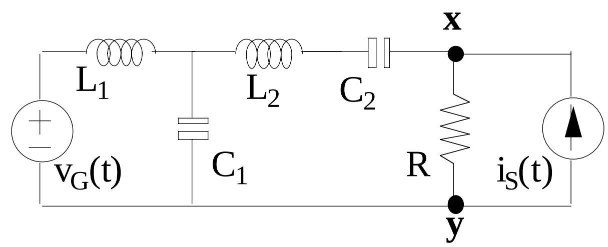


Las inductancias de valores bajos tienden a comportarse como cortocircuitos, y las capacidades de valores bajos tienden a comportarse como circuitos abiertos. En consecuencia, el circuito queda en la forma indicada en la figura adjunta, de la que puede deducirse

$$\mathbf{V}_2 = -\,\mathbf{I}_2 j\omega L_2 \approx -\,(-\,\mathbf{V}_1 j\omega C_2) j\omega L_2 \approx -\left(-\,\frac{\mathbf{V}_G}{R_G} j\omega L_1\right)(j\omega C_2) j\omega L_2 = -\,j\frac{\omega^3 L_1 L_2 C_2 \mathbf{V}_G}{R_G} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\mathbf{V}_2| = \frac{\omega^3 L_1 L_2 C_2 V_G}{R_G} \rightarrow 0\ \text{V},\ \angle\mathbf{V}_2 \rightarrow -\,90\ °$$

Problema 4



$v_G(t) = V_G\cos(\omega_G t)$, $V_G = 1$ V, $\omega_G = 1$ Mrad/s

$i_S(t) = I_S\cos(\omega_S t)$, $I_S = 1$ A, $\omega_S = 100$ rad/s

$R = 1\ \Omega$

$L_1 = 1$ nH, $L_2 = 100$ µH

$C_1 = 1$ nF, $C_2 = 10$ nF

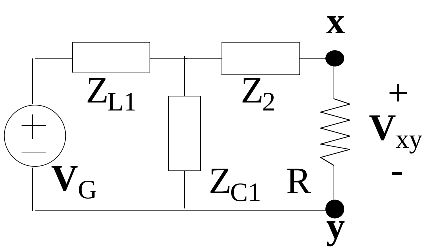
A (0.75 puntos) Obtened el fasor de la tensión entre **x** e **y** cuando sólo está aplicada la fuente de tensión (fuente de corriente desactivada).

B (0.75 puntos) Obtened el fasor de la tensión entre **x** e **y** cuando sólo está aplicada la fuente de corriente (fuente de tensión desactivada).

C (0.5 puntos) Obtened la tensión instántanea entre **x** e **y** cuando están aplicadas ambas fuentes.

Se recomienda utilizar aproximaciones razonables antes que cálculos exactos.

Apartado A



En las condiciones indicadas, el circuito queda como se muestra en la figura adjunta (se ha desactivado la fuente de corriente, sustituyéndola por un circuito abierto), en la que

$$\mathbf{V}_G = 1 \text{ V}$$

$$Z_{L1} = j\omega_G L_1 = j10^{-3}\ \Omega$$

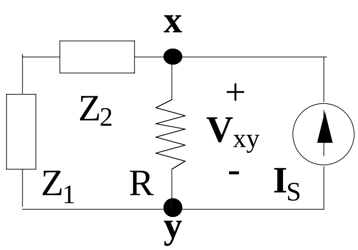
$$Z_{C1} = \frac{1}{j\omega_G C_1} = -j10^{3}\ \Omega$$

$$Z_2 = j\omega_G L_2 + \frac{1}{j\omega_G C_2} = j0\ \Omega$$

Es decir, Z_2 es un cortocircuito, y Z_{C1} es prácticamente un circuito abierto, ya que es una impedancia de un valor mucho más elevado que los correspondientes a las restantes impedancias presentes en el circuito. En consecuencia,

$$\mathbf{V}_{xy} \approx \frac{R}{Z_{L1} + R}\mathbf{V}_G \approx \mathbf{V}_G = 1 \text{ V}$$

Apartado B



En las condiciones indicadas, el circuito queda como se muestra en la figura adjunta (se ha desactivado la fuente de tensión, sustituyéndola por un cortocircuito), en la que

$$\mathbf{I}_S = 1 \text{ A}$$
$$Z_1 = \frac{j\omega_S L_1 \frac{1}{j\omega_S C_1}}{j\omega_S L_1 + \frac{1}{j\omega_S C_1}} \approx j10^{-7}\ \Omega$$
$$Z_2 = j\omega_S L_2 + \frac{1}{j\omega_S C_2} \approx -j10^{6}\ \Omega$$

La impedancia Z_2 es mucho mayor que R, con lo que prácticamente toda la corriente proporcionada por la fuente se irá por ésta. Así,

$$\mathbf{V}_{xy} \approx \mathbf{I}_S R = 1 \text{ V}$$

Apartado C

Se aplica el principio de superposición, con lo que

$$\mathbf{V}_{xy}(\omega_G) = 1 \text{ V} \Rightarrow v_{xy}(\omega_G) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_{xy} e^{j\omega_G t}\right\} = \cos(\omega_G t) \text{ V},\ \omega_G = 1 \text{ Mrad/s}$$
$$\mathbf{V}_{xy}(\omega_S) = 1 \text{ V} \Rightarrow v_{xy}(\omega_S) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_{xy} e^{j\omega_S t}\right\} = \cos(\omega_S t) \text{ V},\ \omega_S = 100 \text{ rad/s}$$
$$v_{xy}(t) = v_{xy}(\omega_G) + v_{xy}(\omega_S)$$