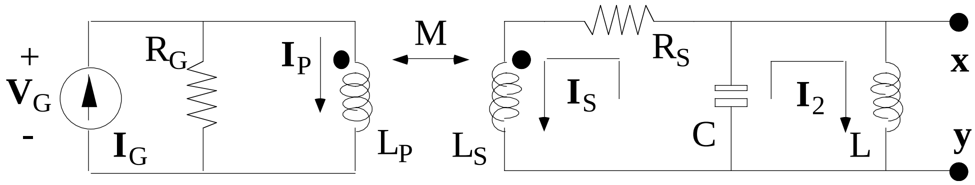
Problema 2



El circuito de la figura, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω.

Datos para los apartados B y C (**no para el apartado A**):
$\mathbf{I}_G = 1$ A, $\omega = 1$ krad/s,
$R_G = 2\ \Omega = R_S$, $M = 1$ mH, $L_P = 2$ mH $= L_S$, $L = 1$ mH, $C = 1$ mF

Apartado A (1 punto). Escribid un sistema algebraico de cuatro ecuaciones que permita obtener los valores de $\boldsymbol{V_G}$, $\boldsymbol{I_P}$, $\boldsymbol{I_S}$ e $\boldsymbol{I_2}$ (**no calculéis tales valores**).
Apartado B (1 punto). Hallad el circuito equivalente de Thèvenin entre **x** e **y**.
Apartado C (0.5 puntos). Obtened las potencias instantánea y compleja en la fuente.

Apartado A

Ecuaciones de malla.

$$\mathbf{V}_G = (\mathbf{I}_G - \mathbf{I}_P)R_G \quad (1)$$

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{I}_P j\omega L_P + \mathbf{I}_S j\omega M \quad (2)$$

$$0 = \mathbf{I}_P j\omega M + \mathbf{I}_S\left(j\omega L_S + R_S + \frac{1}{j\omega C}\right) + \frac{\mathbf{I}_2}{j\omega C} \quad (3)$$

$$0 = \frac{\mathbf{I}_S}{j\omega C} + \mathbf{I}_2\left(j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right) \quad (4)$$

Apartado B

Para obtener la tensión de circuito abierto el circuito se analiza tal y como figura en el enunciado, con lo que son válidas las ecuaciones (1-4). Sustituyendo en ellas los datos del enunciado se obtiene

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{V}_G = (1 - \mathbf{I}_P)2 \\ \mathbf{V}_G = \mathbf{I}_P j2 + \mathbf{I}_S j \\ 0 = \mathbf{I}_P j + \mathbf{I}_S(j2 + 2 - j) - \mathbf{I}_2 j \\ 0 = -\mathbf{I}_S j + \mathbf{I}_2(j - j) \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} \mathbf{I}_P = 0.5 - j0.5\text{ A},\ \mathbf{I}_S = 0\text{ A},\ \mathbf{I}_2 = 0.5 - j0.5\text{ A} \\ \mathbf{V}_G = 1 + j\text{ V} \quad (5) \\ \mathbf{V}_{Th} = \mathbf{V}_{xy} = \mathbf{I}_2 j\omega L = 0.5 + j0.5\text{ V} \quad (6) \end{array}\right.$$

Para calcular la impedancia equivalente hay dos posibilidades, que se muestran a continuación.

Cálculo previo de la corriente de cortocircuito

Se conecta un cortocircuito entre **x** e **y**. El cortocircuito elimina las influencias de C y L por estar en paralelo con tales elementos. En esas condiciones el circuito queda caracterizado como se indica seguidamente.

Ecuaciones de malla.

$$\mathbf{V}_G = (\mathbf{I}_G - \mathbf{I}_P)R_G \quad (7)$$

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{I}_P j\omega L_P + \mathbf{I}_S j\omega M \quad (8)$$

$$0 = \mathbf{I}_P j\omega M + \mathbf{I}_S(j\omega L_S + R_S) \quad (9)$$

Sustituyendo en (7-9) los datos del enunciado y utilizando (6) se obtiene

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{V}_G = (1 - \mathbf{I}_P)2 \\ \mathbf{V}_G = \mathbf{I}_P j2 + \mathbf{I}_S j \\ 0 = \mathbf{I}_P j + \mathbf{I}_S(j2 + 2) \end{array}\right| \Rightarrow \left| \begin{array}{c} \mathbf{I}_N = -\mathbf{I}_S = \dfrac{2}{8 - j}\ \mathrm{A} \\ Z_{Th} = \dfrac{\mathbf{V}_{Th}}{\mathbf{I}_N} = 2.25 + j1.75\ \Omega \end{array}\right.$$

Cálculo directo de la impedancia

Puesto que el circuito no contiene fuentes dependientes y, además, el transformador lineal adopta la configuración convencional, es posible reflejar impedancias tras desactivar la fuente independiente (sustituyéndola por un circuito abierto. Así,

Reflejando la impedancia del primario en el secundario,
$$Z_S = R_S + j\omega L_S + \frac{(\omega M)^2}{R_G + j\omega L_P}$$

Impedancia entre **x** e **y**.
$$Z_{Th} = Z_{xy} = Z_S // \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L}\right)^{-1} = Z_S = 2.25 + j1.75\ \Omega$$

Apartado C

Utilizando los datos del enunciado y (5) se obtiene

$$\mathbf{I}_G = 1\ \mathrm{A} = 1e^{j0°}\ \mathrm{A} \Rightarrow i_G(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{I}_G e^{j\omega t}\right\}\ \mathrm{A} = \cos(\omega t)\ \mathrm{A},\ \omega = 1\ \mathrm{krad/s}$$

$$\mathbf{V}_G = 1 + j\ \mathrm{V} = \sqrt{2}e^{j45°}\ \mathrm{V} \Rightarrow v_G(t) = \mathrm{Re}\left\{\mathbf{V}_G e^{j\omega t}\right\}\ \mathrm{V} = \sqrt{2}\cos(\omega t + 45°)\ \mathrm{V},\ \omega = 1\ \mathrm{krad/s}$$

$$p_G(t) = -i_G(t)v_G(t) = \sqrt{2}\cos(\omega t - 180°)\cos(\omega t + 45°)\ \mathrm{W},\ \omega = 1\ \mathrm{krad/s}$$

$$S_G = -\frac{\mathbf{V}_G\mathbf{I}_G^*}{2} = -0.5 - j0.5\ \mathrm{VA}$$