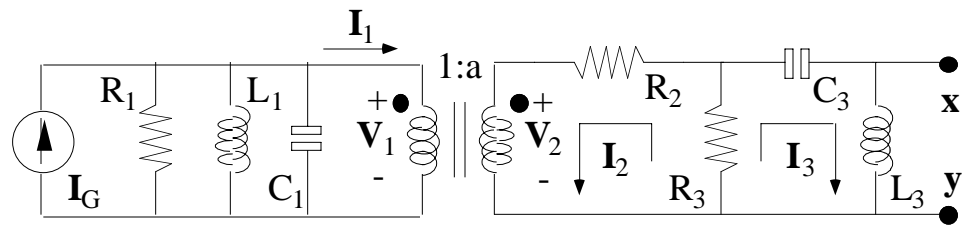


Problema 2



El circuito de la figura, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω .

Datos para los apartados B y C (no para el apartado A):

$$I_G = 2.5 \text{ A}, \omega = 1 \text{ krad/s},$$

$$R_1 = 2 \Omega = R_2, R_3 = 10 \Omega, a = 2, L_1 = 4 \text{ mH}, L_3 = 5 \text{ mH}, C_1 = 0.25 \text{ mF}, C_3 = 0.2 \text{ mF}$$

Apartado A (1 punto). Escribid un sistema algebraico de cinco ecuaciones que permita obtener los valores de V_1 , V_2 , I_1 , I_2 e I_3 (no calculéis tales valores).

Apartado B (1 punto). Hallad el circuito equivalente de Thèvenin entre x e y .

Apartado C (0.5 puntos). Obtened las potencias instantánea y compleja en la fuente.

Apartado A

Ecuación de nudo.

$$I_G = V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_1 \right) + I_1 \quad (1)$$

Ecuaciones de malla.

$$V_2 = -I_2(R_2 + R_3) - I_3 R_3 \quad (2)$$

$$0 = I_2 R_3 + I_3 \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} + j\omega L_3 \right) \quad (3)$$

Ecuaciones del transformador ideal.

$$V_2 = aV_1 \quad (4)$$

$$I_1 = -aI_2 \quad (5)$$

Apartado B

Para obtener la tensión de circuito abierto el circuito se analiza tal y como figura en el enunciado, con lo que son válidas las ecuaciones (1-5). Sustituyendo en ellas los datos del enunciado se obtiene

$$\begin{array}{l} 2.5 = \mathbf{V}_1(0.5 - j0.25 + j0.25) + \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 = -\mathbf{I}_2(2 + 10) - \mathbf{I}_3 10 \\ 0 = \mathbf{I}_2 10 + \mathbf{I}_3(10 - j5 + j5) \\ \mathbf{V}_2 = 2\mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 = -2\mathbf{I}_2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \mathbf{I}_1 = 2 \text{ A}, \mathbf{I}_2 = -1 \text{ A}, \mathbf{I}_3 = 1 \text{ A} \\ \mathbf{V}_1 = 1 \text{ V} \\ \mathbf{V}_2 = 2 \text{ V} \\ \mathbf{V}_{\text{Th}} = \mathbf{V}_{xy} = \mathbf{I}_3 j\omega L_3 = j5 \text{ V} \end{array} \quad \begin{array}{l} (6) \\ (7) \end{array}$$

Para calcular la impedancia equivalente hay dos posibilidades, que se muestran a continuación.

Cálculo previo de la corriente de cortocircuito

Se conecta un cortocircuito entre **x** e **y**. El cortocircuito elimina la influencia de L_3 por estar en paralelo con tal elemento. En esas condiciones, el circuito queda caracterizado como se indica seguidamente.

Ecuación de nudo.

$$\mathbf{I}_G = \mathbf{V}_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega L_1} + j\omega C_1 \right) + \mathbf{I}_1 \quad (8)$$

Ecuaciones de malla.

$$\mathbf{V}_2 = -\mathbf{I}_2(R_2 + R_3) - \mathbf{I}_3 R_3 \quad (9)$$

$$0 = \mathbf{I}_2 R_3 + \mathbf{I}_3 \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \right) \quad (10)$$

Ecuaciones del transformador ideal.

$$\mathbf{V}_2 = 2\mathbf{V}_1 \quad (11)$$

$$\mathbf{I}_1 = -a\mathbf{I}_2 \quad (12)$$

Sustituyendo en (8-12) los datos del enunciado y utilizando (7) se obtiene

$$\begin{array}{l}
 2.5 = \mathbf{V}_1(0.5 - j0.25 + j0.25) + \mathbf{I}_1 \\
 \mathbf{V}_2 = -\mathbf{I}_2(2 + 10) - \mathbf{I}_3 10 \\
 0 = \mathbf{I}_2 10 + \mathbf{I}_3(10 - j5) \\
 \mathbf{V}_2 = 2\mathbf{V}_1 \\
 \mathbf{I}_1 = -2\mathbf{I}_2
 \end{array}
 \quad \Rightarrow \quad
 \begin{array}{l}
 \mathbf{I}_N = \mathbf{I}_3 = \frac{1}{1-j} \text{ A} \\
 \mathbf{Z}_{Th} = \frac{\mathbf{V}_{Th}}{\mathbf{I}_N} = 5 + j5 \ \Omega
 \end{array}$$

Cálculo directo de la impedancia

Puesto que el circuito no contiene fuentes dependientes y, además, el transformador ideal adopta la configuración convencional, es posible reflejar impedancias tras desactivar la fuente independiente (sustituyéndola por un circuito abierto). Así,

Reflejando la impedancia del primario en el secundario,

$$\mathbf{Z}_R = a^2 \left(\frac{1}{\mathbf{R}_1} + \frac{1}{j\omega\mathbf{L}_1} + j\omega\mathbf{C}_1 \right)^{-1}$$

Impedancia entre **x** e **y**

$$\mathbf{Z}_{Th} = \mathbf{Z}_{xy} = (j\omega\mathbf{L}_3) // \left[\frac{1}{j\omega\mathbf{C}_3} + \mathbf{R}_3 // (\mathbf{Z}_R + \mathbf{R}_2) \right] = 5 + j5 \ \Omega$$

Apartado C

Utilizando los datos del enunciado y (6) se obtiene

$$\mathbf{I}_G = 2.5 \text{ A} = 2.5e^{j0^\circ} \text{ A} \Rightarrow i_G(t) = \text{Re} \left\{ 2.5e^{j0^\circ} e^{j\omega t} \right\} \text{ A} = 2.5\cos(\omega t) \text{ A}, \omega = 1 \text{ krad/s}$$

$$\mathbf{V}_1 = 1 \text{ V} = 1e^{j0^\circ} \text{ V} \Rightarrow v_1(t) = \text{Re} \left\{ 1e^{j0^\circ} e^{j\omega t} \right\} \text{ V} = 1\cos(\omega t) \text{ V}, \omega = 1 \text{ krad/s}$$

$$p_G(t) = -i_G(t)v_1(t) = 2.25\cos(\omega t - 180^\circ)\cos(\omega t) \text{ W}, \omega = 1 \text{ krad/s}$$

$$S_G = -\frac{\mathbf{V}_1 \mathbf{I}_G^*}{2} = -1.25 \text{ VA}$$