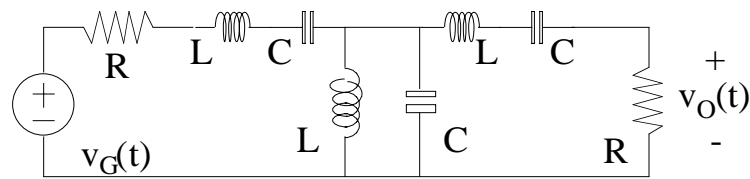


### Problema 3



El circuito de la figura funciona en régimen sinusoidal permanente.

**Datos (para los apartados A, B y C):**

$$v_G(t) = V_G \cos(\omega_G t)$$

Se suponen conocidos los valores de  $V_G$  (real y positivo),  $R$ ,  $L$  y  $C$ .

**Datos (sólo para el apartado D):**

$$v_G(t) = V_1 \cos(\omega_1 t) + V_2 \cos(\omega_2 t), \quad V_1 = 1 \text{ V}, \quad \omega_1 = 1 \text{ krad/s}, \quad V_2 = 1 \text{ V}, \quad \omega_2 = 1 \text{ Mrad/s}$$

$$R_1 = 1 \text{ } \Omega, \quad L = 1 \text{ } \mu\text{H}, \quad C = 1 \text{ } \mu\text{F}$$

Para los apartados B, C y D se recomienda utilizar razonamientos aproximados antes que cálculos exactos.

**Apartado A** (0.8 puntos). Obtened el valor de la frecuencia angular de resonancia ( $\omega_0$ ) del circuito (en el supuesto de que exista; si hay dos o más, basta con obtener una).

**Apartado B** (0.5 puntos). Obtened los valores a los que tienden el módulo y la fase del fasor representativo de  $v_O(t)$  cuando la frecuencia angular  $\omega$  toma valores muy bajos.

**Apartado C** (0.5 puntos). Obtened los valores a los que tienden el módulo y la fase del fasor representativo de  $v_O(t)$  cuando la frecuencia angular  $\omega$  toma valores muy altos.

**Apartado D** (1.2 puntos). Obtened la expresión temporal de  $v_O(t)$  con los datos correspondientes a este apartado.

---

## Apartado A

Agrupaciones LC serie = cortocircuitos.

Agrupación LC paralelo = circuito abierto.

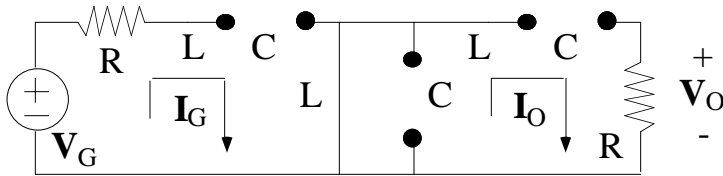
El circuito queda reducido a la fuente en serie con las dos resistencias.

La impedancia que ve la fuente es puramente resistiva.

La frecuencia considerada es de resonancia.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow$$

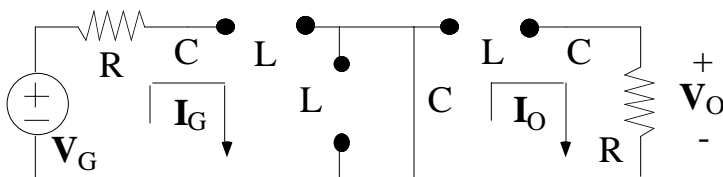
## Apartado B



Para frecuencias muy bajas, las inductancias y las capacidades se comportan aproximadamente como cortocircuitos y circuitos abiertos, respectivamente, con lo que el circuito queda como se indica en la figura adjunta (en notación fasorial), a partir de la cual puede deducirse

$$\begin{aligned} V_L = I_G j\omega L &\approx (V_G j\omega C) j\omega L \Rightarrow V_O = I_O R \approx (V_L j\omega C) R = -j\omega^3 R L C^2 V_G \Rightarrow \\ &\Rightarrow |V_O| \rightarrow 0 \text{ V}, \angle V_O \rightarrow \angle V_G - 90^\circ = -90^\circ \end{aligned}$$

## Apartado C



Para frecuencias muy altas, las inductancias y las capacidades se comportan aproximadamente como circuitos abiertos y cortocircuitos, respectivamente, con lo que el circuito queda como se indica en la figura adjunta (en notación fasorial), a partir de la cual puede deducirse

$$\begin{aligned} V_C = \frac{I_G}{j\omega C} &\approx \left( \frac{V_G}{j\omega L} \right) \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow V_O = I_O R \approx \left( \frac{V_C}{j\omega L} \right) R = j \frac{V_G R}{\omega^3 L^2 C} \Rightarrow \\ &\Rightarrow |V_O| \rightarrow 0 \text{ V}, \angle V_O \rightarrow \angle V_G + 90^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

### Apartado D

Dado que hay dos excitaciones sinusoidales con frecuencias distintas, ha de aplicarse el principio de superposición. Además, con los datos del enunciado puede comprobarse que la frecuencia de resonancia calculada en el apartado A vale

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1 \text{ Mrad/s}$$

En estas condiciones, la frecuencia  $\omega_1 = 1 \text{ krad/s}$  puede considerarse baja. A la misma conclusión puede llegarse observando que

$$\omega_1 L = 10^{-3} \Omega \ll R = 1 \Omega \ll \frac{1}{\omega_1 C} = 10^3 \Omega \Rightarrow L \approx \text{cortocircuito}, C \approx \text{circuito abierto}$$

En consecuencia, para la excitación correspondiente a esta frecuencia pueden aplicarse los resultados del apartado B, con lo que

$$\mathbf{V}_O(\omega_1) = 0 \text{ V}$$

Por su parte, la frecuencia  $\omega_2 = 1 \text{ Mrad/s}$  coincide con la de resonancia. En consecuencia, el circuito queda reducido a la fuente en serie con las dos resistencias, tal y como se indicó en el apartado A, con lo que

$$\mathbf{V}_O(\omega_2) = \frac{R\mathbf{V}_2}{R+R} = \frac{\mathbf{V}_2}{2} = 0.5 \text{ V} \Rightarrow |\mathbf{V}_O(\omega_2)| \rightarrow \frac{|\mathbf{V}_2|}{2} = \frac{V_2}{2} = 0.5 \text{ V}, \angle \mathbf{V}_O(\omega_2) \rightarrow \angle \mathbf{V}_2 = 0^\circ$$

Respuesta total

$$v_O(t) = \text{Re}\left\{\mathbf{V}_O(\omega_1)e^{j\omega_1 t}\right\} + \text{Re}\left\{\mathbf{V}_O(\omega_2)e^{j\omega_2 t}\right\} = 0.5\cos(\omega_2 t) \text{ V}$$