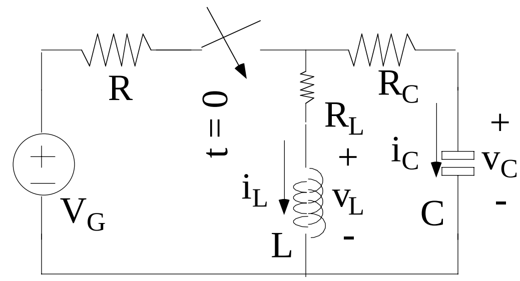
Problema 1



El circuito de la figura,
en el que la fuente independiente es continua,
ha permanecido mucho tiempo
en el mismo estado
antes del cambio de posición del interruptor.
Una vez producido éste,
el circuito ya no experimenta más cambios.

A (1.2 puntos) Obtened los valores de v_C, i_C, i_L y v_L, para $t = 0^-$, 0^+ e ∞.

B (0.8 puntos) Suponiendo que $R = R_L = R_C$, obtened el coeficiente de amortiguamiento (α) y la frecuencia angular de resonancia (ω_0) del circuito.

Apartado A

$t = 0^-$ (régimen continuo)

$v_L(0^-) = 0$ V, $i_C(0^-) = 0$ A

$i_L(0^-) = 0$ A, $v_C(0^-) = 0$ V   Elementos reactivos desconectados

$t = 0^+$ (régimen transitorio)

$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$ V, $v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0$ A (1)

Continuidad en elementos reactivos

Nudo $$\frac{V_G - (R_L i_L + v_L)}{R} = i_L + i_C \qquad (2)$$

Malla $$R_L i_L + v_L = R_C i_C + v_C \qquad (3)$$

Sustituyendo (1-2) en (3), se obtiene

$$v_L(0^+) = \frac{R_C}{R + R_C} V_G,\ i_C(0^+) = \frac{V_G}{R + R_C}$$

$t = \infty$ (régimen continuo) $\qquad v_L(\infty) = 0\ V,\ i_C(\infty) = 0\ A \qquad (4)$

Nudo $\qquad \dfrac{V_G - (R_L i_L + v_L)}{R} = i_L + i_C \qquad (5)$

Malla $\qquad R_L i_L + v_L = R_C i_C + v_C \qquad (6)$

Sustituyendo (4-5) en (6), se obtiene

$$v_C(\infty) = \frac{R_L}{R + R_L} V_G,\ i_L(\infty) = \frac{V_G}{R + R_L}$$

Apartado B

Para $0 < t < \infty$, el circuito queda caracterizado por las ecuaciones que se indican seguidamente (en las que se han utilizado los datos del enunciado).

Nudo $\qquad \dfrac{V_G - (Ri_C + v_C)}{R} = i_L + i_C \qquad (7)$

Malla $\qquad Ri_L + v_L = Ri_C + v_C \qquad (8)$

Despejando i_L de (7) y sustituyendo el resultado en (8), se obtiene

$$2LC\frac{d^2v_C}{dt^2} + \left(3RC + \frac{L}{R}\right)\frac{dv_C}{dt} + 2v_C = V_G$$

Para i_L se obtendría una ecuación formalmente similar a la indicada, con lo que, teniendo en cuenta la definición de ecuación característica, se llega a los siguientes resultados:

$$a = 2LC \qquad b = 3RC + \frac{L}{R} \qquad c = 2$$

$$\alpha = \frac{b}{2a} = \frac{3RC + \frac{L}{R}}{4LC} \qquad \omega_0 = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$