

Apéndice 1: Soluciones de los ejercicios propuestos

1 Contenido y observaciones

En este apéndice se muestran las soluciones de los distintos ejercicios propuestos en los temas anteriores. Se ha procurado que cada solución sea autoexplicativa, pero en algunos casos se ha juzgado conveniente proporcionar algún comentario adicional. Tales comentarios adicionales se incluyen a continuación, siendo identificados por la mención del tema y el problema concretos a los que se refieren.

Soluciones de ejercicios propuestos. Tema II

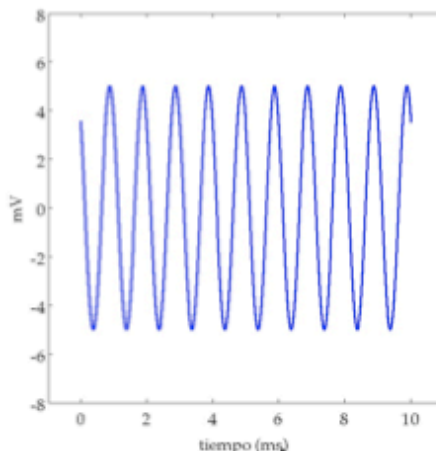
- 1 Representar la variación con el tiempo (entre 0 y 10 ms) de la función que se indica utilizando los datos que se indican

Función	Datos
$y = A \cos(\omega t + \varphi)$ $\omega = 2\pi f$ $f = 1/T$	$A = 5 \text{ mV}$ $\varphi = 45^\circ$ $T = 1 \text{ ms}$

```

5      ***** FUNCIÓN COSENO
6      - clear all
7
8
9
10     - A = 5*1e-3; %i = pi/4; T = 1e-3;
11     - T = 1/T; w = 2*pi*f;
12
13
14
15     - t = 0; %e=5; 10*1e-3;
16     - y = A*cos(w*t + %i);
17     - plot (t, y)
18
19
20     - clear all
    
```

La expresión que actúa como argumento de la función *cos* ha de ser indicada en rads. Eso justifica el valor de la fase que aparece en la línea 10 del programa.



- 2 Representar la variación con el tiempo (entre 0 y 10 ms) de la función que se indica utilizando los datos que se indican

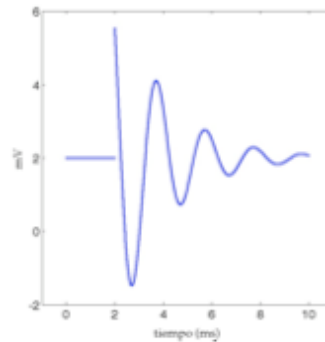
Función	Datos
$t \geq t_0 \text{ ms} \rightarrow y(t) = y_0 + A e^{-\Theta(t-t_0)} \cos[\omega(t - t_0) + \varphi]$ $\omega = 2\pi f$ $f = 1/T$ $t \leq t_0 \text{ ms} \rightarrow y(t) = y_0$	$y_0 = 2 \text{ mV}$ $A = 5 \text{ mV}$ $\Theta = 500 \text{ s}^{-1}$ $t_0 = 2 \text{ ms}$ $\varphi = 45^\circ$ $T = 2 \text{ ms}$

Soluciones de ejercicios propuestos. Tema II (continuación)

```

5      %**** FUNCIÓN COSENO AMORTIGUADO
6      clear all
7
8
9
10     y0 = 2*1e-3; A = 5*1e-3; teta = 500; t0 = 2*1e-3; fi = pi/4;
11     T = 2*1e-3; f = 1/T; w = 2*pi*f;
12
13
14     t1 = 0; le=4; t0;
15     y1 = y0 + zeros(1, length(t1));
16
17
18
19     t2 = t0; le=3; le=2;
20     y2 = y0 + A.*exp(-teta*(t2 - t0)).*cos(w*(t2 - t0) + fi);
21
22
23
24     plot (t1, y1)
25     hold on
26     plot (t2, y2)
27     hold off
28
29
30     clear all

```



Ejercicio 2 del Tema II.

La gráfica se construye como la suma de dos gráficas individuales. El procedimiento elegido no utiliza la posibilidad de combinar ambas funciones en una sola porque los números de elementos de los vectores que definen los rangos de abscisas y ordenadas de la función combinada resultante no son iguales, lo cual resulta inaceptable para MatLab.

Soluciones de ejercicios propuestos. Tema III

1 Descomponed en fracciones simples la función

$$H(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 2}$$

```

>> [num, raices, cociente] = residue ([2], [1 2 2])
num =
    0 - 1.0000i
    0 + 1.0000i
raices =
   -1.0000 + 1.0000i
   -1.0000 - 1.0000i
cociente =
    1

```

$$\longrightarrow H(s) = \frac{-j}{s - (-1 + j)} + \frac{j}{s - (-1 - j)}$$

2 Descomponed en fracciones simples la función

$$H(s) = \frac{s^4}{s^3 + 10s^2 + 25s}$$

```

>> [num, raices, cociente] = residue ([1 0 0 0 0], [1 10 25 0])
num =
    75
   -125
    0
raices =
    -5
    -5
    0
cociente =
    1   -10

```

$$\longrightarrow H(s) = s - 10 + \frac{75}{s + 5} - \frac{125}{(s + 5)^2}$$

Para la primera función (la indicada en las líneas 15 y 16) la instrucción que define el vector de valores de ordenadas pasa por la determinación previa del número de elementos que componen dicho vector. A estos elementos se les asigna un valor nulo en primera instancia; ese valor nulo es corregido posteriormente sumando a cada elemento la cantidad fija indicada por el parámetro y_0 .

Soluciones de ejercicios propuestos. Tema III (continuación)

- 3 Dada la función $H(s) = \frac{0.5s}{s^2 + 2s + 2}$, hallad la frecuencia para la que la fase es nula.

¿Cuánto vale el módulo de la función para dicha frecuencia?

```

5      %**** TEMA III, ejercicio propuesto 3
6      clear all
7
8
9
10     w = logspace (-2, 2, 10000);
11     s = 1j*w;
12     Hs = 0.5*s./(s.^2 + 2*s + 2);
13     moduloHs = abs (Hs);
14     faseHs = (180/pi)*angle (Hs);
15
16
17
18
19
20     semilogx (w, moduloHs) % desactivada cuando se representa la fase
21     hold on
22     semilogx (w, faseHs) % desactivada cuando se representa el módulo
23     hold on
24
25     positivo = find (faseHs >= 0);
26     n = length (positivo);
27     wfasenula = w(n);
28     modfasenula = moduloHs (n);
29
30     hold off
31     clear all

```

```

wfasenula =
    1.4132
modfasenula =
    0.2500

```

La frecuencia angular para la que la fase de la función de transferencia es nula es 1.41 rad/s.
Para dicha frecuencia el módulo de la función de transferencia vale 0.25.

Ejercicio 3 del Tema III.

La instrucción `find` sólo encuentra posiciones para las que el elemento correspondiente tiene un valor no nulo. Por tanto, en la línea 25 no puede utilizarse directamente la condición `fase=0`.

Para resolver esta dificultad se recurrió a la siguiente aproximación. Una representación de la variación de la fase con la frecuencia (no mostrada en la figura) revela que la fase empieza siendo positiva para frecuencias muy bajas y que su valor va descendiendo a medida que éstas se hacen más elevadas. En consecuencia, puede construirse un vector que engloba todos los valores positivos de la fase. Es evidente que el último de ellos será muy aproximadamente nulo (aunque no exactamente). Luego éste es el elemento cuya posición hay que determinar (línea 26).

Soluciones de ejercicios propuestos. Tema IV

- 1 Dibujad la función temporal periódica a la que corresponden los siguientes datos:

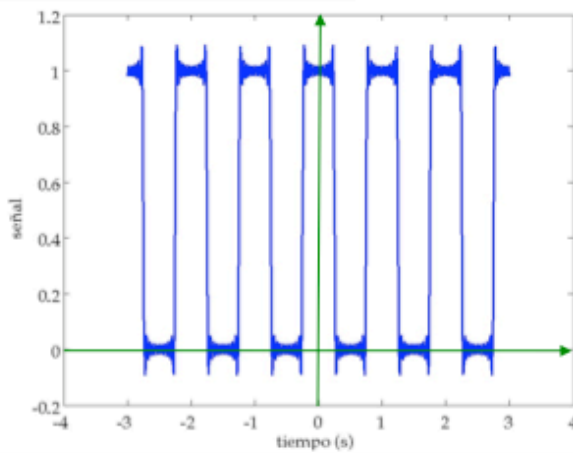
Datos de la serie y la función

$$T_0 = 1 \text{ s} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{T_0} = 1 \text{ Hz} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi f_0 = 6.3 \text{ rad/s}$$

$$a_v = 0.5$$

$$a_k = \frac{2}{k\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{k\pi}{2}\right)$$

$$b_k = 0$$



```

5 %%% RECONSTRUCCIÓN DE UNA FUNCIÓN PERIÓDICA
6 clear all
7
8
9
10 TO = 1; % periodo de la función
11 t = linspace (-3, 3, 1000); % rango para representar la función
12
13
14
15 n = 20; % número de armónicos a considerar
16 k = 1:1:n;
17
18
19 % coeficientes de Fourier
20 av = 0.5;
21 k = 1;
22 while k <= n
23     ak = (2./(k*pi))*sin((k*pi)/2);
24     bk = 0;
25     Ak(k) = abs(sqrt(ak.^2 + bk.^2));
26     fasek(k) = (180/pi)*atan2 (bk, ak);
27     k = k + 1;
28 end
29
30 senyal = av; % reconstrucción de la señal
31 k = 1;
32 while k <= n
33     senyal = senyal + Ak(k)*cos((2*pi*k/TO)*t - (pi/180)*fasek(k));
34     k = k + 1;
35 end
36
37
38
39
40 plot (t, senyal)
41
42
43
44
45 clear all
  
```

- 2 Representad los espectros de módulos (forma trigonométrica) y fases de la serie considerada en el ejercicio anterior

```

5 %%% ESPECTROS DE UNA FUNCIÓN PERIÓDICA
6 clear all
7
8
9
10 n = 20; % número de armónicos a considerar
11 k = 1:1:n;
12
13
14
15 av = 0.5; % coeficientes de Fourier
16 k = 1;
17 while k <= n
18     ak = (2./(k*pi))*sin((k*pi)/2);
19     bk = 0;
20     Ak(k) = abs(sqrt(ak.^2 + bk.^2));
21     fasek(k) = (180/pi)*atan2 (bk, ak);
22     k = k + 1;
23 end
24
25 for k = 1:1:n % espectro de módulos
26     stem (0, av)
27     hold on
28     stem (k, Ak(k))
29     hold on
30 end
31
32
33
34 % for k = 1:1:n % espectro de fases
35     stem (k, fasek(k))
36     hold on
37     stem (k, fasek(k))
38     hold on
39 end
40 clear all
  
```

